



Simulering af termiske forhold i solvarmeanlæg med sæsonvarmelagring

Berg, Peter; Hansen, Preben Nordgaard

Publication date:
1988

Document Version
Publisher's PDF, also known as Version of record

[Link back to DTU Orbit](#)

Citation (APA):
Berg, P., & Hansen, P. N. (1988). *Simulering af termiske forhold i solvarmeanlæg med sæsonvarmelagring*. Technical University of Denmark. Byg Rapport No. LFV-190

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

SIMULERING AF TERMISKE FORHOLD I SOLVARMEANLÆG MED SÆSONLAGRING

PETER BERG

**MEDDELELSE NR. 190 MARTS 1988
LABORATORIET FOR VARMEISOLERING
DANMARKS TEKNISKE HØJSKOLE**

FORORD

Denne rapport markerer afslutningen af mit licentiatarbejde der blev påbegyndt i efteråret 1983 ved Laboratoriet for Varmeisolering, Danmarks tekniske Højskole, med lektor Preben Nordgaard Hansen som vejleder.

Min ansættelse er blevet finansieret af et 2 1/2 års DTH-licentiatstipendium, et 6 mdrs. kandidatstipendium, et 3 mdrs. stipendium fra Anker Engelunds Fond, et 2 mdrs. Teknologirådsprojekt, og endelig et 10 mdrs. forskningsprojekt fra Energiministeriet. Det skal her fremhæves at det arbejde der er rapporteret i kap. 6 er udført for midlerne fra Anker Engelunds Fond og Teknologirådet, mens arbejdet beskrevet i afsnit 7.4.1 er finansieret af Energiministeriet.

Jeg har god grund til at takke mange medarbejdere ved Laboratoriet for Varmeisolering der på forskellig måde har været behjælpelige ved udførelsen af dette licentiatprojekt. En speciel tak skal rettes til Birthe Friis, Kirsten Weishaupt og Sally Høgsted der henholdsvis har renskrevet rapporten, rapportens appendiks og færdigbearbejdet mange af rapportens figurer.

Til slut vil jeg takke Preben Nordgaard Hansen for hans hjælp og engagement i projektet. Gennem tiden er det blevet til mange timers diskussion af forskellige simuleringsprincipper, indeholdende såvel kendte teknikker som nye ideer. Disse timer har været meget frugtbare for mig.

Marts 1988

Peter Berg

Trykt på Laboriet for
Varmeisolering, DTH, Lyngby

INDHOLD

FORORD	i
INDHOLD	iii
1. INDLEDNING OG LÆSEVEJLEDNING	1
2. RESUME	2
3. SUMMARY	3
4. KONKLUSION	5
5. BEREGNING AF KOORDINATER FOR ISOLINJER	9
5.1 Generering af skalarfelter i rektangulære net	9
5.2 Beregning af isolinjekoordinater i rektangulære net	10
6. MODEL FOR ET SOLVARMEANLÆG BESTÅENDE AF ET LILLE JORDLAGER, ET SOLFANGERFELT OG EN VARMEPUMPE	13
6.1 Model for et jordlager	14
6.2 Model for et plant solfangerfelt	17
6.3 Model for en varmepumpe	17
6.4 Sammenkobling af modellerne for lager, solfangerfelt og varme- pumpe	17
6.5 Vurdering af den sammenkoblede model	19
6.6 Et beregningseksempel	20
6.7 Referat af andre projekter	27
7. TERMISKE FORHOLD I DAMLAGRE ANVENDT SOM KOMPONENT I SOLVARMECEN- TRALER	29
7.1 Strømningsmodeller - Løsning af Navier-Stokes ligninger	32
7.1.1 Diskussion af forskellige simuleringsprincipper for strømninger i damlagre	33
7.1.2 Test af to strømningsmodeller	38
7.1.3 Fælles træk ved de bedre strømningsmodeller	46
7.2 Naturlige konvektioners indflydelse på de termiske forhold i dam- lagre	48
7.2.1 Model for veldefinerede grænselagsstrømninger i damlagre	50
7.2.2 Model for et damlager	58
7.2.3 Model for jorden omkring et damlager	65

7.2.4 Sammenkobling af modeller for grænselag, lager og den omliggende jord	65
7.2.5 Undersøgelse af veldefinerede grænselagsstrømningers indflydelse på de termiske forhold i damlagre	67
7.2.6 Verificering af den sammenkoblede model	69
7.3 Model for et centralt solvarmeanlæg indeholdende et damlager . .	73
7.3.1 Model for et plant solfangerfelt	73
7.3.2 Skyggekorrektion for et solfangerfelt opstillet i rækker . . .	76
7.3.3 Model for en rørforbindelse	78
7.3.4 Model for en modstrømsvarmeveksler	78
7.3.5 Modeller for radiatorer og varmtvandsbeholdere	79
7.3.6 Sammenkobling af delmodeller	80
7.3.7 Vurdering af den sammenkoblede model	83
7.4 Simuleringer af et konkret centralt solvarmeanlæg	84
7.4.1 Data for det simulerede anlæg	84
7.4.2 Økonomisk vurdering af forskellige former og dimensioner af det konkrete damlagers isolering	95
7.4.3 Økonomisk optimale størrelsesforhold mellem det konkrete damlager og solfangerfelt	106
REFERENCER	115
Licentiatafhandlinger fra Laboratoriet for Varmeisolering	118

Appendiks 1	Model for et jordlager	121
Appendiks 2	Model for en plan solfanger	127
Appendiks 3	Model for en varmepumpe	129
Appendiks 4	Diskrete tilnærmelser for fluxen i en kartetisk og en cylindrisk formuleret transport	133
Appendiks 5	Model for en veldefineret grænselagsstrømning i damlager	141
Appendiks 6	Model for et damlager	167
Appendiks 7	Sammenhæng mellem en lodret stratifikation i et lager og lagerets størrelse	171
Appendiks 8	Model for en plan solfanger	175
Appendiks 9	Skyggekorrektio n for et solfangerfelt opstillet i rækker	181
Appendiks 10	Model for rørforbindelser	187
Appendiks 11	Model for en modstrøms pladevarmeveksler	189
Appendiks 12	Model for radiatorer og brugsvandsbeholdere	191

1. INDLEDNING OG LÆSEVEJLEDNING

Det arbejde der beskrives i denne rapport omhandler to mindre emner og et hovedemne.

I kapitel 5 beskrives en metode hvormed koordinater for isolinjer kan beregnes. Dette emne ligger uden for rapportens tema, men da metoden indeholder flere nye principper, er en meget kort beskrivelse medtaget.

I kapitel 6 beskrives en model og nogle få simuleringer af et solvarmeanlæg indeholdende et lille jordlager, et solfangerfelt og en varmepumpe. De økonomiske midler der har været til rådighed til behandlingen af dette emne var meget begrænsede. Dette forhold afspejles i det udførte arbejdes omfang.

I kapitel 7 beskrives en række teoretiske undersøgelser der alle vedrører damlagre anvendt som sæsonlagre i centrale solvarmeanlæg. Dette emne udgør rapportens hovedemne.

Kapitlerne 2-4 indeholder henholdsvis et dansk resumé, et engelsk summary og en konklusion.

For at gøre rapporten mere overskuelig er kapitlerne 5, 6 og 7, ud over en introduktion til de aktuelle emner, indledt med en kort beskrivelse af kapitlernes indhold. Det samme gælder langt de fleste afsnit de tre kapitler er inddelt i. I hele rapportens opbygning er det tilstræbt at så mange af disse afsnit som muligt kan læses selvstændigt.

Det udførte arbejde med rapportens emner er meget formeltungt. Med det formål at gøre rapporten lettere tilgængelig er alle matematiske udledninger anbragt i 12 selvstændige appendikser. Hele rapporten kan læses uafhængigt af disse.

I udformningen af rapportens konklusion er det tilstræbt at denne kan læses uden forkendskab til den resterende del af rapporten. Da arbejdet med især rapportens hovedemne endvidere har omfattet mange forskelligartede undersøgelser, er konklusionen udformet som et meget uddybende resumé. Et godt overblik over såvel det udførte arbejde som resultaterne og en vurdering hereaf kan derfor opnås ved læsning af konklusionen alene.

2. RESUME

Idet rapportens konklusion er udformet som et meget uddybende resumé, skal de to mindre emner og det hovedemne der er behandlet i rapporten kun nævnes her.

- Beregning af koordinater for isolinjer ud fra et todimensionalt skalarfelt givet i såvel regulære som irregulære net.
- Simplificeret simulering af termiske og ydelsesmæssige forhold i solvarmeanlæg indeholdende et jordlager, solfangerfelt og en varmepumpe.
- Detaljeret simulering samt analyser af konvektive og termiske forhold i damlagre. Detaljeret simulering samt analyser af termiske og ydelsesmæssige forhold i solvarmecentraler indeholdende et damlager.

3. SUMMARY

This report concerns research conducted during a Ph.D. study at the Thermal Insulation Laboratory, Technical University of Denmark. One main and two smaller topics have been treated.

Some new ideas for calculation of isolines using input data given in either a regular or an irregular net have been tested. Algorithms based on these ideas are working well and have proven particularly effective for irregular nets.

A numerical model for a solar energy system consisting of a smaller ground storage, a solar collector and a heat pump has been developed. The main emphasis was on the ground storage modelling which is based on a novel simplified approach. This approach allows simulation of several years of performance without using prohibitive computing time. The model has been extended to include conventional heat pump systems. Combined simulations and cost estimates show that the solar heating system with its smaller ground storage is a viable alternative to conventional heat pump systems.

The use of pit storage as a seasonal heat storage in central solar heating systems was analyzed theoretically using various approaches.

In order to determine the coupled convective and thermal occurrence in pit storage, several numerical procedures for solving Naviers-Stokes equations were evaluated. Control volume methods were found generally to be more effective than finite difference and finite element methods solving fluid flow problems. Two improvements which can be used in most control volume methods were proposed. Simulation of the convective and thermal fields in pit storages for long periods of use is, however, still too demanding in calculation time.

For that reason, a simplified model of a pit storage and the surrounding soil was developed. The model includes natural convection effects in the storage medium. A new approach allows simulations of convective transports avoiding numerical diffusion. Several analyses show that good thermal storage description may be obtained without taking the natural convection along the storage wall into account.

Applying this very powerful simplification, the model was extended to include all components in a central solar heating system. These components consist of a solar collector field, pipelines, heat exchangers, a back-up unit and a heat distribution system. A new approach allows transient simulation of solar collectors under low flow conditions. The model was used as design basis for a planned solar heating system with an expected energy output of 1.9 TJ/year, a design storage volume of 4000 m³ and a collector area of 1000 m². Based on several simulations and cost estimates for construction, operation and depreciation, optimal thicknesses and shapes of the pit insulation were calculated. These were found to be 0.5 m for the top insulation ($k = 0.05 \text{ W/m}^\circ\text{C}$) and 0.25 m for a vertical side insulation ($k = 0.05 \text{ W/m}^\circ\text{C}$) extended downwards to 2/3 of the depth of the pit. Vertical insulation should be placed as close as possible to the edge of the pit. A second investigation estimated optimal ratios between the storage volume and the collector area,

resulting in a minimum investment for a given yearly solar coverage. For a yearly solar coverage of 75%, the minimum investment was found at a storage volume of 4000 m³ and a collector area of 1850 m². The insulation thicknesses mentioned above should be increased by 35% in this design. The energy cost at the optimal design was finally estimated to DKK 0.52/kWh. Expecting slightly increasing energy prices, this coming type of solar energy system may very well become an attractive investment.

Increasing the size of central solar heating systems, the energy cost will generally be reduced. Therefore this investigation strongly indicates that large well designed central solar heating systems are an attractive alternative to conventional energy supply systems known in Denmark today.

4. KONKLUSION

En numerisk metode baseret på flere nye ideer hvorefter koordinater for isolinjer kan beregnes er udviklet. Metoden er testet og kan anvendes for todimensionale felter givet i såvel regulære som irregulære net.

- Isolinjer tegnet ved anvendelse af metoden giver realistiske og glatte kurveforløb. Alle figurer i rapporten der viser isolinjer er produceret ved anvendelse af metoden.
- Metoden indeholder, især med hensyn til behandling af irregulært givne felter, væsentlige fordele sammenlignet med andre principper.

En matematisk edb-model for et solvarmeanlæg bestående af et lille jordlager, et solfangerfelt og en varmepumpe er udarbejdet. Hovedvægten er lagt på delmodellen for jordlageret. I denne model er et nyt princip, der er foreslået af Førby (2) og som udtrykker en meget simplificeret beskrivelse af varmeudvekslingen mellem jord og rørsystem, afprøvet.

Gennem to eksamensprojekter udført af Alsing og Hansen (4) samt Kallan (6) er modellen videreudviklet og anvendt i forskellige undersøgelser. Bl.a. er ydelsesmæssige og økonomiske forhold knyttet til den aktuelle anlægsudformning og et traditionelt jordvarmeanlæg sammenlignet.

- Ydelses- og driftsmæssige forhold i jordlagre kan simuleres tilfredsstillende ved anvendelse af den simplificerede beskrivelse af varmeudvekslingen mellem jord og rørsystem.
- Ved anvendelse af den simplificerede beskrivelse kan flere års drift af jordlagre simuleres uden at uacceptabelt store beregningstider må anvendes.
- Det er sandsynligt at en anlægsudformning bestående af et lille jordlager, et solfangerfelt og en varmepumpe er et godt alternativ til traditionelle jordvarmeanlæg.

En række undersøgelser, der vedrører damlagre anvendt som sæsonlagre i solvarmecentraler, er udført.

Med henblik på simulering af de koblede konvektive og termiske forhold der kan forekomme i damlagre er forskellige numeriske løsningsprincipper for Navier-Stokes ligninger overvejet. Disse overvejelser omfatter en vurdering af differens-, element- og kontrolvolumenmetoder samt forskellige mulige principper for inddeling af damlageret i beregningsdomæner.

To numeriske modelprincipper for løsning af Navier-Stokes ligninger er afprøvet. Den første model er en differensmodel baseret på en todimensional cylindrisk strømfunktion-vorticity formulering. Den anden model er en kontrolvolumenmodel baseret på en cylindrisk formulering i primitive variable. Den sidstnævnte model er forsøgt forbedret på to punkter der også kan anvendes i mange andre kontrolvolumenmodeller. Således er en ny tilnærmelse for beskrivelsen af de flukse der passerer de enkelte kontrolvoluminers grænseflader foreslået. Endvidere er en ny formulering af radialt rettede flukse udledt.

Endelig er nogle fælles træk ved de bedre strømningsmodeller sammenfattet.

- De generelt mest velegnede metoder til løsning af fluid-dynamiske problemer skal findes blandt differens- og kontrolvolumenmetoder.
- Ved løsning af fluid-dynamiske problemer kan irregulære beregningsområder inddeles ved anvendelse af nettransformationer. En løsning af de transformerede differentialligninger bliver dog meget kompleks. En anvendelse af flere koblede ortogonale inddelinger er ofte en bedre løsning.
- En model baseret på en strømfunktion-vorticity formulering kan kun anbefales ved simulering af todimensionale strømninger med lave Ra- eller Re-tal.
- Numerisk løsning af Navier-Stokes ligninger for selv enkle fluid-dynamiske problemer er meget tidkrævende med hensyn til beregningstid.
- Uacceptabelt store beregningstider er nødvendige ved løsninger af Navier-Stokes ligninger for de koblede konvektive og termiske forhold der kan forekomme i damlagre.
- Kontrolvolumenmetoder vurderes at udgøre de dominerende metoder i den fremtidige udvikling af fluid-dynamiske modeller.

Tre modeller der tilsammen giver en forenklet beskrivelse af de konvektive og termiske forhold der kan forekomme i et damlager er opstillet. De tre modeller beskriver henholdsvis veldefinerede naturlige grænselagsstrømninger langs lagerets sider, den resterende del af lageret samt jorden omkring dette. Modellen for grænselaget der er tilstræbt meget enkel er verificeret ved anvendelse af eksisterende målte data og værdier beregnet med en anden og mere detaljeret model. Modellen for lagermediet uden for grænselaget er baseret på en nyudviklet diskret tilnærmelse hvormed konvektive bevægelser kan simuleres uden at numerisk diffusion opstår.

Ved anvendelse af de tre koblede modeller er veldefinerede naturlige grænselagsstrømningers indflydelse på de termiske forhold i damlagre bestemt.

Endelig er en verificering af de tre koblede modeller udført ved anvendelse af eksisterende målinger foretaget i Laboratoriet for Varmeisolering 500 m³ forsøgdamlager.

- En god overensstemmelse er fundet i verificeringen af modellen for grænselagsstrømningen.
- Naturlige konvektioner ved et damlagers side er negligeble ved simulering af termiske forhold i damlagre.
- En god overensstemmelse er fundet mellem beregnede og målte temperaturer i jorden omkring Laboratoriet for Varmeisolering 500 m³ forsøgdamlager.
- En god overensstemmelse er fundet mellem temperaturer der er beregnet og målt i lageret under et op- og afladningsforløb.

- Ydelses- og driftsmæssige forhold i damlagre kan simuleres med en tilfredsstillende nøjagtighed ved anvendelse af den simplificerede modelbeskrivelse.
- Ved anvendelse af den simplificerede model kan flere års drift af damlagre simuleres uden at uacceptabelt store beregningstider må anvendes.

Med udgangspunkt i den simplificerede modelbeskrivelse for et damlager og jorden omkring dette er en detaljeret og komplet model for et centralt solvarmeanlæg opstillet. Den samlede model er opdelt i delmodeller for de enkelte anlægskomponenter der er antaget at indgå i det centrale solvarmeanlæg. Disse anlægskomponenter omfatter et solfangerfelt, rørforbindelser, varmevekslere, et back up-system, og et fjernvarmenet hvortil radiatorer og varmtvandsbeholdere er tilkoblet. Delmodellen for solfangerfeltet er baseret på en nyudviklet tilnærmelse der medfører at instationære simuleringer af termiske forhold i solfangere ved små gennemstrømninger er mulig. De væsentligste delmodeller er verificeret.

- Som følge af den anvendte opdeling i delmodeller for de enkelte anlægskomponenter er den samlede model fleksibel.
- En lang række drifts-, styrings- og ydelsesmæssige forhold ved centrale solvarmeanlæg kan undersøges med modellen.
- Ved projektering af konkrete centrale solvarmeanlæg kan unødige og kostbare fejldimensioneringer undgås ved anvendelse af modellen.

Ved anvendelse af modellen er flere undersøgelser der vedrører et planlagt centralt solvarmeanlæg udført. De inddata der er anvendt som udgangspunkt er anslået efter et foreløbigt udkast til det konkrete anlæg. Disse inddata omfatter et samlet energiforbrug på 1.9 TJ/år, en lagerstørrelse på 4000 m³ og et solfangerareal på 1000 m².

På grundlag af udførte simuleringer samt økonomiske antagelser der vedrører solvarmecentralens opførelse, drift og afskrivning er damlagerets isolering vurderet. Endvidere er størrelsesforhold mellem lageret og solfangerfeltet, hvorved en given årsydelse opnås ved den mindste investering, fastlagt. Endelig er solvarmecentralen sammenholdt med en traditionel gas- eller oliefyret varmecentral. De økonomiske antagelser er behæftet med relativt store usikkerheder. Disse usikkerheder er derfor også knyttet til de fundne resultater.

- Ved omtrentlige størrelser af lager og solfangerfelt på henholdsvis 4000 m³ og 1000 m² bør en isoleringstykkelse ($k = 0.05 \text{ W/m}^{\circ}\text{C}$) for lagerets topafdækning på ca. 0.5 m anvendes. I jorden omkring lageret bør en lodret anbragt isoleringsmængde ($k = 0.05 \text{ W/m}^{\circ}\text{C}$) med en tykkelse på ca. 0.25 m samt en dybde svarende til ca. 2/3 af lagerets dybde benyttes. Den lodrette isoleringsmængde bør anbringes tættest muligt ved lageret og kan eventuelt aftage i tykkelse med afstanden fra lagerets topafdækning.
- Ved en væsentlig reduktion af størrelsesforholdet mellem damlageret og solfangerfeltet bør forøgede isoleringsdimensioner anvendes.
- Ved en dækningsgrad for solvarmecentralen på 75% udgør et lagervolumen på 4000 m³ og et solfangerareal på ca. 1850 m² et økonomisk optimalt størrelsesforhold.

- Ved kombinationer af lagerets volumen og solfangerfeltets areal på 4000 m³ og 1850 m² udgør prisen på energi leveret fra centralen 0.52 kr/kWh.
- Sammenlignet med en gas- eller oliefyret varmecentral kan solvarmecentralen meget vel udgøre en økonomisk fornuftig investering.

De økonomiske aspekter ved solvarmecentraler som energiforsyningssystem er mest attraktive ved store anlægsstørrelser. Dette forhold er sammenstemmende påvist i flere publicerede analyser.

Den konkrete solvarmecentral der er undersøgt i dette arbejde er meget beskeden af størrelse. Trods dette forhold er en relativ lav pris på den energi der kan leveres fra centralen fundet. Centralen kan således meget vel udgøre en økonomisk fornuftig investering sammenlignet med et gas- eller oliefyret anlæg.

På grundlag af det opnåede resultat vurderes veldimensionerede solvarmecentraler at være et godt alternativ til de energiforsyningssystemer der er velkendte i Danmark. Dette synspunkt er udelukkende baseret på en privatøkonomisk vurdering. Andre forhold som miljøhensyn, samfundsøkonomiske og beskæftigelsesmæssige aspekter underbygger dette synspunkt. En større indsats med hensyn til forskning og udvikling inden for området med henblik på en fremtidig opførelse af store centrale solvarmeanlæg kan derfor tilrådes.

5. BEREGNING AF KOORDINATER FOR ISOLINJER

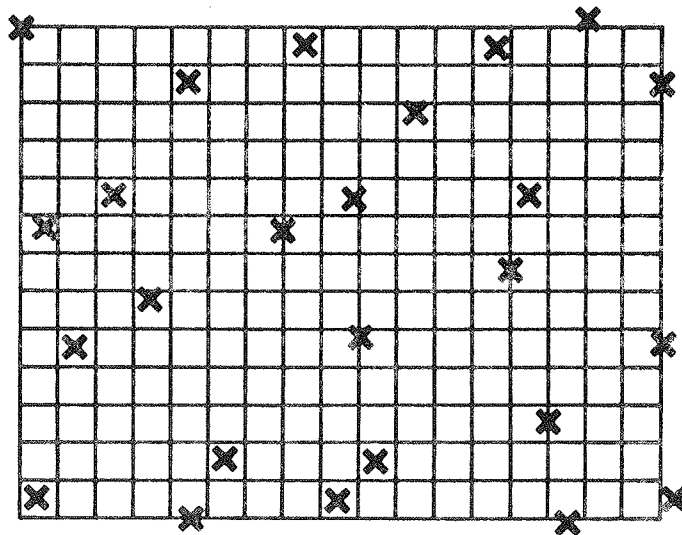
I dette kapitel beskrives en metode hvormed koordinater for isolinjer kan beregnes ud fra et givet todimensionalt felt af skalære størrelser. Metoden, der kan anvendes på langt de fleste PC-ere, kan opdeles i to faser. Er det todimensionale skalarfelt givet i et irregulært net, genereres i første fase et nyt skalarfelt i et regulært net. I anden fase beregnes koordinater for de ønskede isolinjer på grundlag af det rektangulære net.

Alle figurer der viser isolinjer i nærværende rapport er produceret ved anvendelse af denne metode.

5.1 Generering af skalarfelter i rektangulære net

Et todimensionalt skalarfelt, der er givet i et irregulært net, og som er vist på figur 1, kan transponeres over i et rektangulært net ved anvendelse af følgende princip.

Randen for det nye net fastlægges, og et fint rektangulært net indlægges.



Figur 1. Det indlagte rektangulære net. De oprindelige irregulært lokaliserede netpunkter er mærket med et kryds.

For hvert af de irregulært lokaliserede netpunkter findes det knudepunkt, der i det nye net har den mindste afstand til det oprindelige netpunkt. Det fundne knudepunkt påtrykkes den skalære værdi der tilhører det oprindelige netpunkt. Herved får nogle af de nye netpunkter påtrykt en værdi, mens andre stadig er ubekendte. Ved at fastholde disse kendte skalære værdier kan de resterende beregnes ved en numerisk løsning af Laplace's ligning i det rektangulære net. Som randbetingelse kan gradienten vinkelret på randen sættes lig nul, men andre muligheder eksisterer også.

Ved fastlæggelsen af det nye rektangulære net flyttes lokaliteten for de oprindeligt kendte skalære værdier. Størrelsen af denne flytning er afhængig af den valgte finhed i de rektangulære net. Ønskes en lille flytning af de oprindelige netpunkter, må det nye net genereres meget fint. Herved vil det ligningssystem der fremkommer ved diskretisering af Laplace's ligning blive meget stort. Antallet af netpunkter og dermed størrelsen af ligningssystemet kan evt. reduceres ved at fjerne nogle rækker og søjler af netpunkter, hvor ingen af de oprindelige skalære værdier forekommer.

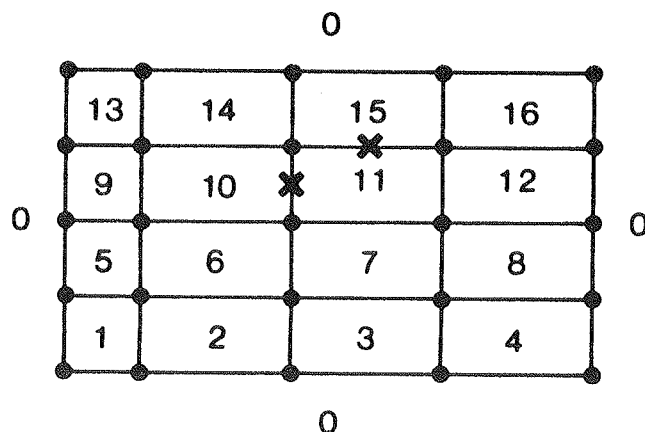
Løsningen af det dannede ligningssystem udføres hurtigst ved brug af Stone's (1) iterative metode.

Det beskrevne princip har nogle fortrin fremfor mange andre metoder til generering af skalære felter i regulære net. Eksempelvis kan et kendskab til varierende stofværdier, knyttet til det oprindelige skalarfelt, indgå i løsningen af Laplace's ligning.

5.2 Beregning af isolinjekoordinater i rektangulære net

For et todimensionalt skalarfelt, givet i et rektangulært net, kan koordinaterne for de ønskede isolinjer beregnes efter følgende princip.

Det kendte net opdeles i små rektangulære arealer, så der til hver af de fire hjørner i disse er givet en skalar værdi. Hvert areal nummereres fra 1 og opefter som vist på figur 2. Området uden for skalarfeltet tildeles nummeret 0.



Figur 2. Opdeling og nummerering af et rektangulært net.

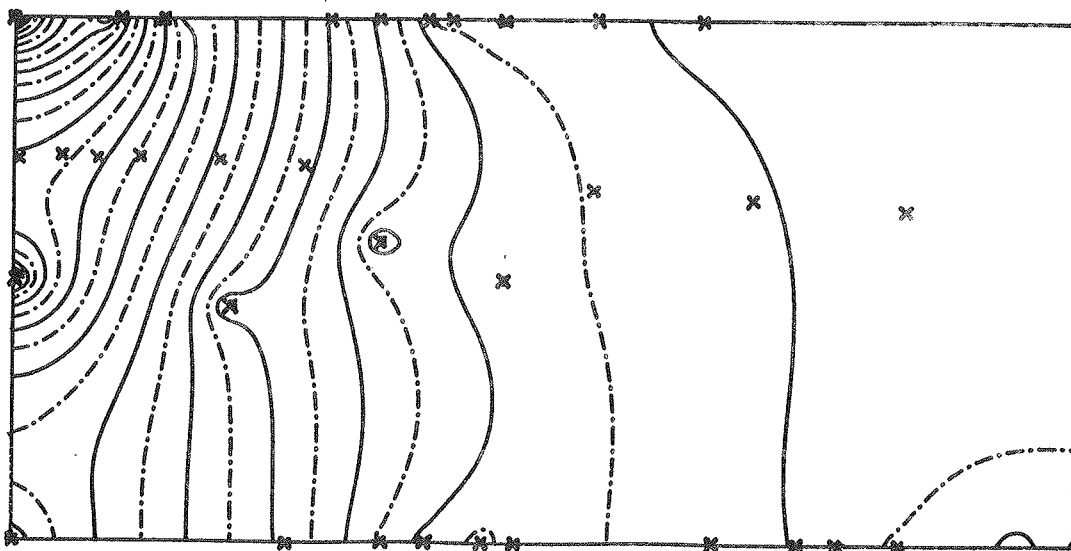
De linjestykker der udgør siderne i de nummererede arealer undersøges nu alle for eventuelle skæringspunkter med de isolinjer, hvis koordinater ønskes bestemt. Dette sker ved interpolation mellem de skalære værdier der ligger i linjestykkernes endepunkter. Interpolationerne udføres ved anvendelse af en ret linje eller et tredjegrads polynomium. Benyttes polynomiet, indgår også gradienterne i linjestykkernes endepunkter i beregningerne. Findes et eller flere isolinjekoordinatpar, lagres disse sammen med de to numre for de to arealer der har det aktuelle linjestykke som side.

Langt det meste grafiske programmel der kan købes og som kan anvendes til kurvetegning på computerskærme, printere m.m. fungerer efter et meget enkelt princip. Således dannes en kurve oftest af rette linjestykker der forbinder kendte koordinatpar i den rækkefølge hvori disse er angivet.

Da de fundne koordinatpar for de isolinjer der ønskes udtegnet ikke er lagret i den påkrævede rækkefølge, skal disse omordnes. Omordningen udføres ved anvendelse af de to arealnumre der er lagret sammen med hvert koordinatpar. Eksempelvis vil de to koordinatpar, vist med krydser på figur 2, have arealnummeret 11 tilfælles. Dette udnyttes til at bringe de fundne koordinatpar i den rette rækkefølge. Der eksisterer nogle få tilfælde, der ved denne sortering kræver en speciel behandling. Eksempelvis kan det forekomme at et arealnummer findes fire gange for den samme skalære værdi. Dette betyder at den tilhørende isolinje gennemløber dette areal to gange. De fire fundne koordinatpar må da sorteres indbyrdes. Dette gøres således at afstanden mellem de koordinatpar der skal forbindes er minimal.

Efter at sorteringen er fuldført, kan de ønskede isolinjer udtegnes på grundlag af den rækkefølge de ordnede koordinatpar er bragt i. Hvis det rektangulære net ikke er meget fint, vil disse isolinjer fremstå som kantede kurver sammensat af rette linjestykker. For at opnå et glat kurveforløb må supplerende koordinatpar mellem de allerede fundne beregnes. Denne beregning udføres igen ved anvendelse af et tredjegrads polynomium hvis konstanter påny bestemmes ud fra to sammenhørende koordinatpar og gradienterne i disse punkter. Da polynomiet er en entydig funktion, må de to punkter og deres gradienter parallelforskydes og drejes så punkterne er sammenfaldende med abscissen inden polynomiets konstanter bestemmes. Herefter beregnes et passende antal supplerende koordinatpar, og disse drejes og forskydes tilbage til den rette position. De ønskede isolinjer kan herefter tegnes som glatte kurver.

På figur 3 ses et eksempel på en anvendelse af den beskrevne metode.



Figur 3. Udsnit af et topografisk kort produceret ved anvendelse af den beskrevne metode. De oprindelige inddata er givet i irregulært lokaliserede målepunkter der er markeret med krydser på figuren.

6. MODEL FOR ET SOLVARMEANLÆG BESTÅENDE AF ET LILLE JORDLAGER, ET SOLFANGERFELT OG EN VARMEPUMPE

Ved aktiv udnyttelse af solvarme til rumopvarmning af boliger kan højere dækningsgrader kun opnås ved en udjævning af den årstidsafhængige forskel mellem produktion og efterspørgsel af energi. Denne udjævning kan kun opnås ved anvendelse af et termisk lager.

En mulig løsning er et jordlager bestående af et afgrænset jordvolumen der opvarmes og afkøles gennem et nedgravet rørsystem. De termiske egenskaber for et jordlager er dårlige sammenlignet med et vandlager hvor bl.a. energitætheden er væsentlig større. Varmetabet for et jordlager er derfor relativt stort, og det er derfor specielt ønskeligt ved denne lagerløsning at driftstemperaturerne kan holdes på et lavere niveau. Trods dette forhold kan et jordlager i nogle tilfælde være en attraktiv lagerløsning idet den er meget prisbillig.

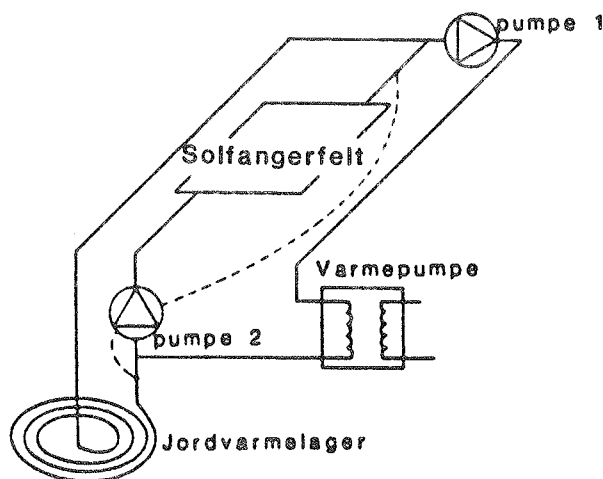
Ønsket om at drive jordlageret ved et lavt temperaturniveau kan imødekommes ved anvendelse af en varmepumpe indkoblet mellem lager og forbrugere. Herved opnås yderligere en systemløsning bestående af et lager, et solfangerfelt og en varmepumpe, der udover sidstnævntes forbrug af el ikke behøver nogen form for supplerende energitilskud.

Et dansk firma opfører sådanne anlæg hvoraf jordlager og solfangerfelt er af egen produktion.

Ved opførelse af et typisk jordlager opgraves et cylindrisk jordvolumen på ca. 100 m³. Hullet fores med en tynd plastliner, og en spiral af korrugerede plastrør med ca. 7 vindinger nedlægges. Herefter påfyldes et ca. 40 cm tykt jordlag, og endnu en spiral nedlægges. Således opfyldes hullet lag for lag, og lageret afdækkes eventuelt med et isolerende materiale. Det færdige lager vil typisk indeholde 9 parallelkoblede spiraler, med en samlet rørlængde på ca. 550 m.

For at forbedre lagerets termiske egenskaber holdes den påfyldte jord mættet med vand. Denne forøgelse af lagerets energitæthed er især markant ved en afkøling af lageret, så frostdannelser forekommer.

På figur 4 ses en systemskitse af et typisk anlæg der dækker opvarmings- og brugsvandsbehov i en enkelt husstand.



Figur 4. Systemskitse af kobling mellem jordlager, solfangerfelt og varmepumpe i et typisk anlæg. Førby (2).

Sammen med hver af de to pumper, der styres uafhængigt af hinanden, forefindes magnetventiler der er lukkede når pumperne ikke er i drift. Pumpe 1, der styres efter det aktuelle behov, er dimensioneret så flowet gennem denne er ca. tre gange større end i pumpe 2. Pumpe 2 styres efter en temperaturdifferens mellem solfangerfeltet og en rørvinding i lageret. Med denne systemløsning vil den situation hvor varmepumpen er i drift sammen med solfangerfeltet alene aldrig forekomme.

Med udgangspunkt i denne anlægsudformning er en matematisk edb-model udviklet. Et væsentligt formål hermed har været at kunne simulere denne anlægsudformning gennem et typisk års drift. De termiske forhold i lageret vil dog, som følge af den store termiske masse der omgiver dette, først efter flere års drift nærme sig en årsstationær tilstand. Da den samlede beregningstid ved anvendelse af modellen derfor vil være anseelig, er en enkel og hurtigt arbejdende model tilstræbt.

I dette kapitel er de forudsætninger og principper der er anvendt i modellen beskrevet og vurderet. Endvidere findes resultater samt en diskussion af nogle få simuleringer af den aktuelle anlægsudformning.

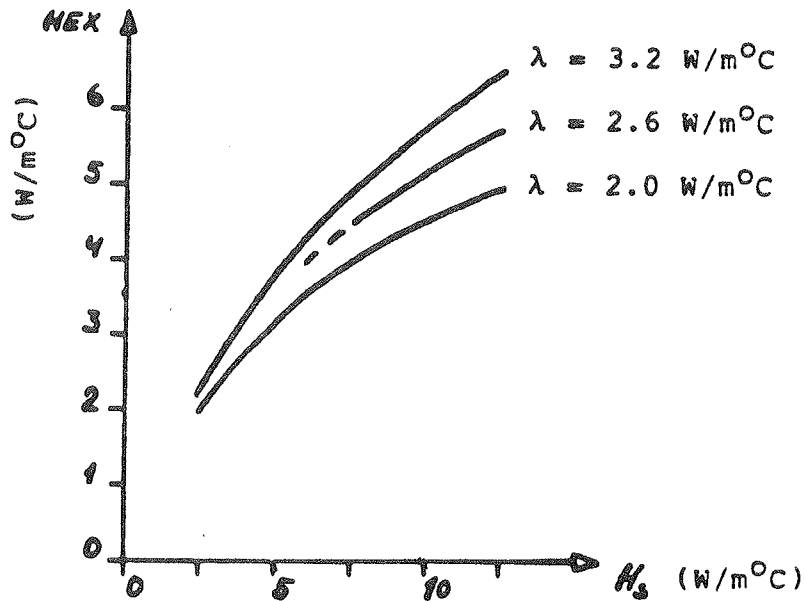
Gennem to eksamensprojekter, udført på Laboratoriet for Varmeisolering, er modellen senere videreudviklet. Denne videreudvikling omfatter bl.a. en udvidelse af modellen, således at også et typisk og traditionelt jordvarmeanlæg kan simuleres. Da denne systemløsning er velkendt, er den en god reference i en vurdering af den her aktuelle anlægsudformning. En sådan vurdering, baseret på økonomiske og beregnede ydelsesmæssige forhold, er foretaget i disse projekter. Konklusionerne heraf, samt resultaterne af en økonomisk vurdering af forskellige størrelser af lager og solfangerfelt udført i samme projekter er kort refereret sidst i dette kapitel.

6.1 Model for et jordlager

Under antagelse af rotationssymmetri omkring lagerets centerakse er en todimensional og semieksplisit kontrolvolumenmodel for lageret og den omliggende jord opstillet. Energiudvekslinger i jorden, både i og uden for lageret, forudsættes udelukkende at foregå ved varmeledning. Eventuel energitransport ved konvektion eller fugtdiffusion er således negligeret. De ligninger der ligger til grund for modellen er angivet i appendiks 1.

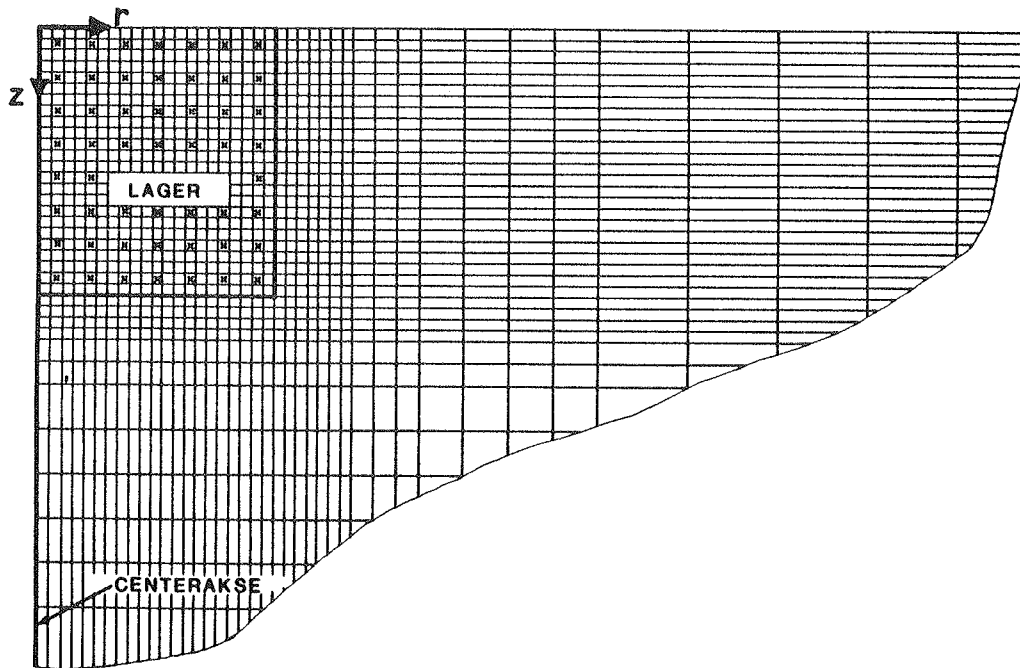
Under op- og afladning af lageret kan de termiske forhold i og omkring de nedlagte rør variere hurtigt. En præcis bestemmelse af den konvektive transport i disse rør samt varmeudvekslingen med den omliggende jord forudsætter umiddelbart en meget detaljeret beregning. Dette er uforeneligt med en samlet simuleringstid på flere år. Ved brug af en detaljeret edb-model har Førby (2) undersøgt varmeovergangsforholdene mellem en enkelt rørs spiral og den omliggende jord. Undersøgelsen er knyttet til det korrugerede rørprodukt der anvendes i den konkrete jordlagerløsning. På dette grundlag er et konstant varmeovergangstal defineret, ud fra en differens mellem middeltemperaturerne af væsken i røret og en given jordmængde omkring dette. Udover størrelsen af denne jordmængde, afhænger varmeovergangstallet af jordens varmeledningsevne og det sammensatte varmeovergangstal mellem væsken og rørvæggens yderside. Førby finder endvidere at det definerede varmeovergangstal er uændret i op- og afladningssituationer, og kun påvirkes ubetydeligt ved

ændringer af jordens varmekapacitet. Med den givne jordmængde, bestående af et kvadrat på 14 gange 14 cm og med røret placeret i midten af dette, er forskellige variationer af det definerede varmeovergangstal vist på figur 5.



Figur 5. Varmeovergangstallet HEX pr. meter rør som funktion af jordens varmeledningsevne og varmeovergangstallet mellem væsken og rørets yderside. Førby (2).

Idet hver rørvinding således forudsættes at være indeholdt i et enkelt kontrolvolumen kan en langtidssimulering udføres under anvendelse af en volumeninddeling af beregningsområdet som vist på figur 6.

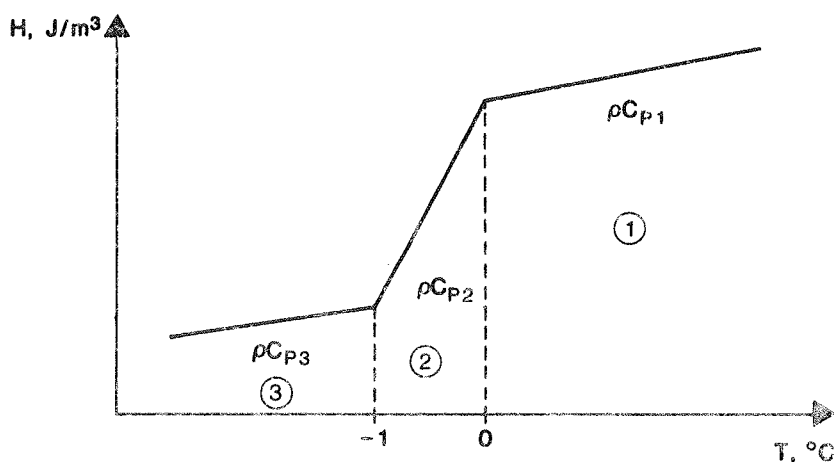


Figur 6. Udsnit af kontrolvolumeninddeling af lager og den omliggende jord. Hver rørvinding er mærket med et kryds.

I hvert tidsskridt beregnes nye temperaturer i de viste rørvindinger og kontrolvoluminer efter det herunder beskrevne princip. Alle jordtemperaturer fastholdes, og flow-fordelingen i rørsystemet samt indløbstemperaturen i dette forudsættes kendt. Endvidere negligeres rørsystemets varmekapacitet og varmeledningen i strømningsretningen. Under disse antagelser og ved anvendelse af det definerede varmeovergangstal bestemmes de enkelte vindingers væsketemperaturer successivt. I denne beregning der således følger strømningsretningen er væsketemperaturerne fuldt implicit sammenkoblet og resulterer i en efter flow-fordelingen vægtet udløbstemperatur fra rørsystemet. Energiudvekslingen mellem hver af de enkelte rørvindinger og de tilhørende voluminer fastlægges i samme beregning. Disse energimængder kan herefter påtrykkes de relevante kontrolvoluminer, og alle jordtemperaturer kan føres eksplicit frem i tiden.

For at hindre instabilitet i beregningen som følge af denne semi-eksplícitte formulering må en øvre grænse for brugbare tidsskridt overholdes. Heri ligger ikke nogen egentlig begrænsning af metoden, men snarere en tilpasning til andre krav i andre dele af beregningen. En tilfredsstillende bestemmelse af de termisk-dynamiske forhold under en eventuel frostdannelse i den vandmættede jord i lageret forudsætter således også betingelser til det anvendte tidsskridts størrelse.

Som følge af jordens naturlige indhold af salte vil det tilstedeværende vand fryse i et heraf afhængigt temperaturinterval. Antages denne faseændring at foregå lineært mellem 0 og -1°C , kan den vandholdige jords entalpiindhold tilnærmes ved tre rette linjestykker som vist på figur 7.



Figur 7. Entalpiindhold ved frostdannelse i vandholdig jord som funktion af temperaturen.

Til hver af de tre viste intervaller hører en pr. kubikmeter gældende varmekapacitet svarende til det aktuelle linjestykkes hældning. Efter den eksplicitte fremføring af jordtemperaturerne undersøges om nogle af disse har passeret en af de to intervalgrænser. I givet fald ændres varmekapaciteten for de tilhørende kontrolvoluminer, og de aktuelle temperaturer korrigeres således at entalpien er bevaret.

Det samlede beregningsområde for lageret og den omliggende jord er afgrænset af fire flader. Som randbetingelse påtrykkes på tre af disse adiabatisk forhold. Den øverste og sidste flade er koblet til relevante udelufttemperaturer gennem et konvektivt varmeovergangstal samt eventuelt et isoleringsdække.

6.2 Model for et plant solfangerfelt

Under anvendelse af ligningerne for en solfangers effektivitet og ydelse er en model for et solfangerfelt opstillet. Herved er stationære driftsforhold antaget, og kapacitetstab ved opvarmning af solfangerfeltet og væsken i dette er negligeret.

Modellen er udformet så solfangerfeltets udløbstemperatur bl.a. bestemmes ud fra en kendt indløbstemperatur og målte eller beregnede værdier for starteffektivitet og varmetabskoefficient.

I en senere fase af nærværende arbejde er en ny og på flere punkter forbedret solfangermodel udviklet. Denne model, der bl.a. medregner kapacitetstab i solfangerfeltet, er baseret på et nyt princip. Dette princip er beskrevet detaljeret i afsnit 7.3.1, og en nærmere beskrivelse af den her anvendte model gives derfor ikke. De benyttede ligninger er dog angivet i appendiks 2.

6.3 Model for en varmepumpe

I simuleringen af varmepumpen benyttes en model der er udviklet og beskrevet under IEA task VII (3). De ligninger der ligger til grund for modellen er angivet i appendiks 3.

Modellen er meget enkel. Varmevekslingen ved varmepumpens kondensator- og fordampersider beskrives således ved konstante og dermed belastningsuafhængige temperaturfald. Desuden antages konstante værdier for henholdsvis middeltemperaturen i forbrugskredsen samt for varmepumpens nyttevirkningsgrad at være kendte.

Ved anvendelse af det generelle udtryk for en varmepumpes Carnot-virkningsgrad er returløbstemperaturen fra varmepumpe til lager endvidere udtrykt som funktion af den tilhørende fremløbstemperatur og kapacitetsstrøm samt det aktuelle forbrug i boligen.

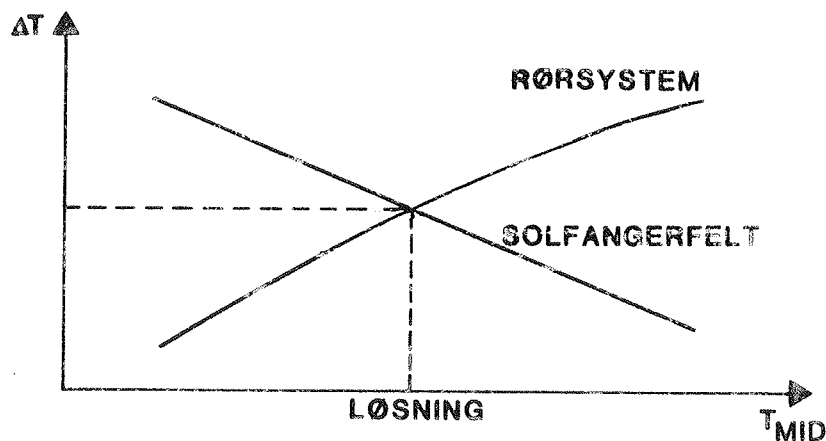
6.4 Sammenkobling af modellerne for lager, solfangerfelt og varmepumpe

Ved sammenkobling af de tre modeller for jordlager, solfangerfelt og varmepumpe holdes de tre driftstilfælde der er beskrevet i indledningen til dette kapitel adskilt. Først behandles en opladningssituation hvor lager og solfangerfelt er i drift mens varmepumpen ikke er aktiv.

Som tidligere beskrevet kan udløbstemperaturen fra lagerets rørsystem beregnes gennem en successiv proces, ud fra en kendt indløbstemperatur. Idet der ses bort fra varmetab i rørforbindelser mellem anlægskomponenterne, udtrykker solfangermodellen herved også en sammenhæng mellem la-

gerets ud- og indløbstemperaturer. Sammenkobling mellem lager og solfangerfelt er kun mulig gennem en implicit formuleret beregning af disse temperaturer. En direkte bestemmelse gennem løsning af det tilhørende ligningssystem er mulig, men altfor tidkrævende. Derfor findes en løsning ved anvendelse af hurtig iterativ proces som beskrevet herunder.

Efter at iterationen i et tidsskridt er tilendebragt, skal to betingelser være opfyldt, således skal den temperaturstigning der er beregnet over solfangerfeltet genfindes som et temperaturfald gennem lagerets rørsystem. Samtidig skal den aritmetiske middeltemperatur, baseret på ind- og udløb af solfangeren, være lig en tilsvarende størrelse, beregnet ved ind- og udløbstemperaturen for jordlagerets rørsystem. Temperaturændringen over solfangerfeltet er lineært afhængig af den tilhørende middeltemperatur. En lignende, dog ikke lineær, sammenhæng gælder for rørsystemet. Disse sammenhænge samt det koblede problems løsning, givet ved skæringen af de to kurver, er vist på figur 8. Modellen for solfangerfeltet består af en enkelt ligning. Derfor kan hældningskoefficienten for den tilhørende linje bestemmes analytisk. Dette er ikke muligt for den til rørsystemet hørende kurve, men en tilnærmelse kan findes ud fra to kendte punkter på denne.



Figur 8. Temperaturændring over henholdsvis solfangerfelt og lagerets rørsystem som funktion af de tilhørende aritmetiske middeltemperaturer.

Et iterationstrin begyndes ud fra en fra forrige trin beregnet indløbstemperatur i solfangerfeltet. Ud fra denne beregnes udløbstemperaturen, først for solfangerfeltet og dernæst, på basis heraf, for rørsystemet. Ved brug af den herved fastlagte temperaturændring og middeltemperatur for rørsystemet og tilsvarende værdier fra forrige iterationstrin tilnærmes hældningen for den tilhørende kurve. Herefter beregnes beliggenheden af de to kurvers skæringspunkt, idet det antages at kurverne er retlinede. Dette er ikke tilfældet, og derfor er en iteration nødvendig.

Da krumningen af kurven for rørsystemet er lille, er kun et meget lille antal iterationer nødvendig.

Efter at iterationen er tilendebragt, påtrykkes de aktuelle kontrolvoluminer de herved fastlagte energimængder der udveksles mellem rørvinger og jord, og alle jordtemperaturer føres frem i tiden.

Den beregningsmæssigt tilsvarende driftssituation hvor varmepumpen er i drift, men solfangerfeltet ikke er aktivt, behandles på fuldstændig samme vis.

Ved sammenkoblingen af de tre modeller hvor solfangerfeltet og varmepumpen forudsættes at være i samtidig drift, løses først de to ovenfor beskrevne driftstilfælde for fastholdte jordtemperaturer. Herved bestemmes energimængder der afgives og optages i de kontrolvoluminer der indeholder rørvinger. De energimængder der hører til samme kontrolvolumen superponeres, resultatet påtrykkes disse, og alle jordtemperaturer føres eksplicit frem i tiden. De forenklinger der er indeholdt i dette koblingsprincip er vurderet i det følgende afsnit.

6.5 Vurdering af den sammenkoblede model

Da en verificering som følge af et manglende sammenligningsgrundlag ikke har været mulig, er flere af de antagelser der ligger til grund for modellen forsøgt vurderet på anden vis.

Den ofte væsentligste parameter i en anlægssimulering er den herved beregnede årseffektfaktor for varmepumpen. Derfor er vurdering af modellen baseret på hvordan de enkelte antagelser påvirker denne størrelse.

I to ellers ens årssimuleringer er værdierne 3 og 5 W/m⁰C anvendt for det af Førby (2) definerede varmeovergangstal. Da varmepumpens årseffektfaktor kun ændres 1,3% herved, er fastlæggelsen af dette varmeovergangstal ikke særlig kritisk. Samtidig indikerer dette resultat, at den antagede forenkling af de termiske forhold i og omkring de enkelte rørvinger, ikke påvirker nøjagtigheden af beregnede årseffektfaktorer væsentligt.

I det anvendte koblingsprincip ved samtidig drift af solfangerfelt og varmepumpe er den direkte kobling mellem disse to anlægskomponenter ikke medregnet. Det forudsættes således at hele den i solfangerfeltet optagne energimængde afsættes i jorden inden den igen kan optages og nyttiggøres gennem varmepumpen. Hermed er en fiktiv modstand indført i beregningen af det termiske sammenspil mellem disse to komponenter. Der vil således i beregningen være et entropifald knyttet til den energimængde der optages i solfangerfeltet inden denne kan nyttiggøres i varmepumpen. Det skal dog erindres at kun ca. en tredjedel af det flow der gennemstrømmer varmepumpen kommer direkte fra solfangerfeltet. Herved vil en medregning af den direkte kobling under alle omstændigheder få en mindre betydning. På grundlag af dette og den ovenfor beskrevne ringe afhængighed for varmepumpens årseffektfaktor med hensyn til det af Førby definerede varmeovergangstal, vurderes det noget forenklete koblingsprincip at være brugbart.

Dette er eftervist af Alsing og Hansen (4), der på et senere tidspunkt har forbedret modellen bl.a. på dette punkt. Med den direkte kobling mellem solfangerfelt og varmepumpe, samt den deraf følgende flow-fordeling inkluderet, er stort set uændrede årseffektfaktorer beregnet.

Alsing og Hansen har endvidere tilføjet belastningsafhængige temperaturfald i varmevekslingen på varmepumpens fordamper- og kondensatorsider. Mens selve variationen af disse temperaturfald ingen betydning har, påvirker middelværdien af disse den beregnede årseffektfaktor væsentligt. Det er derfor vigtigt at de midlede temperaturfald fastlægges omhyggeligt efter de forhold hvorunder varmepumpen tænkes benyttet.

Alsing og Hansen har endelig vist at en negligering af rørforbindelsernes varmetab samt kapacitetstab fra disse og solfangerfeltet er en tilfredsstillende antagelse.

Som den eneste af de tre anlægskomponenter har det for solfangerfeltet været muligt at kontrollere en simulering af denne med en tilsvarende beregning, udført med en anden model. De herved fundne ydelser og varmetab var identiske.

Sammenholdes de forenklinger og tilnærmelser der ligger til grund for modellen der er udviklet i dette arbejde, vurderes detaljeringsgraden at være så god at en første ordens undersøgelse af den konkrete anlægsudformning er mulig.

Således vurderes bl.a. resultatet af en lagerisolering, en ændring af solfangerareal eller lagerstørrelse at kunne bestemmes med en god nøjagtighed.

En mere detaljeret analyse, hvor fx styringen af de tre anlægskomponenter undersøges, ligger uden for den foreliggende models formåen. For at muliggøre en sådan analyse skal modellen forbedres på flere punkter. Dette gælder især det anvendte koblingsprincip ved samtidig drift af solfangerfelt og varmepumpe.

6.6 Et beregningseksempel

I dette afsnit gives et eksempel på 4 simuleringer med den udviklede model. De anvendte inddata er anslået på grundlag af et eksisterende anlæg hvor solfangerfeltet er uden dæklag og hvor lageret ikke er isoleret. Ved, gennem fire simuleringer, at ændre på disse to parametre er de medfølgende merydelser i forhold til det kendte anlæg beregnet. Der er dog en stor usikkerhed forbundet med fastlæggelsen af flere parametre for det eksisterende anlæg, hvilket påvirker nøjagtigheden af de beregnede resultater.

Den simulerede driftstid er i alle tilfælde tre år, opnået ved anvendelse af tidsskridt på en time. Beregningerne er udført i et net bestående af 46 gange 58 kontrolvolumener hvis størrelse sikrer at de antagede adiabatisk randbetingelser også opnås. De benyttede vejrdata er indeholdt i referenceåret.

I den 1. og 2. simulering er solfangerfeltet antaget at være uden dæklag. På dette grundlag er solfangerfeltets starteffektivitet og varmetabskoefficient anslået til henholdsvis 1.0 og $25 \text{ W/m}^2\text{°C}$. Blandt andet anvendelsen af denne sidstnævnte og konstante værdi er forbundet med store unøjagtigheder. Således vil de tabsmæssige forhold i et solfangerfelt uden dæklag variere meget som følge af vindens skiftende retninger og styrke. Endvidere er et eventuelt energitilskud, givet ved en kondensation på absorberen, negligeret.

I den 3. og 4. simulering er en typisk starteffektivitet og varmetabskoefficient for en afdækket solfanger på henholdsvis 0.8 og 5.0 W/m²°C foreskrevet.

Mens lageret i den 1. og 3. simulering er forudsat uisolaret, er dette i den 2. og 4. simulering antaget at være afdækket med en isolerende måtte anbragt på jordoverfladen. Denne måtte forudsættes at have en varmetabskoefficient på 0.1 W/m²°C og en diameter på 9.4 m.

De øvrige anslåede inddata for de 4 simuleringer er ens og angivet herunder.

Solfangerfelt:

Solfangerareal:	32 m ²
Hældning, målt fra vandret:	40 °
Vinkel fra syd:	0 °
Jordrefleksion:	0.2
Gennemstrømning - kapacitetsstrøm:	1110 W/°C

Varmepumpe:

Nyttevirkningsgrad:	0.5
Temperaturfald i varmeveksling ved fordamper:	4 °C
Temperaturfald i varmeveksling ved kondensator:	10 °C
Middeltemperatur af frem- og returløb efter varmepumpen:	45 °C
Gennemstrømning - kapacitetsstrøm:	2780 W/°C

Forbrug:

Årsforbrug til rumopvarmning:	90000 MJ
Årsforbrug til varmt brugsvand:	10800 MJ

Lager:

Lagerstørrelse - opgravet jordvolumen:	ca. 100 m ³
---	------------------------

Samlede rørlængde:	582 m
Antal rørspraler:	9
Antal vindinger i hver spiral:	7
Afstand mellem øverste og nederste spiral:	3.4 m
Diameter på yderste vinding:	5.4 m
Afstand mellem jordoverflade og øverste spiral:	0.6 m
Varmeovergangstal mellem væske og omliggende jord (HEX):	4 W/m ² °C
Varmeovergangstal til udeluft:	25 W/m ² °C

De anvendte materialeværdier for jorden er angivet i tabel 1. Disse data er baseret på målinger af Johansen (5) og gælder for en typisk vandmættet morænelerjord. Da de tilsvarende værdier for en umættet jord kun afviger lidt herfra, er de samme data anvendt både i og uden for lageret.

Temperatur:	t > 0	-1 < t < 0	t < -1	°C
Energitæthed:	2.7	110.0	2.0	MJ/m ³ °C
Varmeledningsevne:	2.0	2.3	2.6	W/m°C

Tabel 1. Materialeværdier for en vandmættet morænelerjord. Johansen (5).

Rumopvarmningsforbruget er antaget at være konstant gennem døgnet og følge en årssperiodisk sinussvingning, dog med et forbrugsstop midt i sommertiden. Forbruget af varmt brugsvand er forudsat at være jævnt fordelt over hele året. Variationen af det samlede energiforbrug gennem året ses på figur 11.

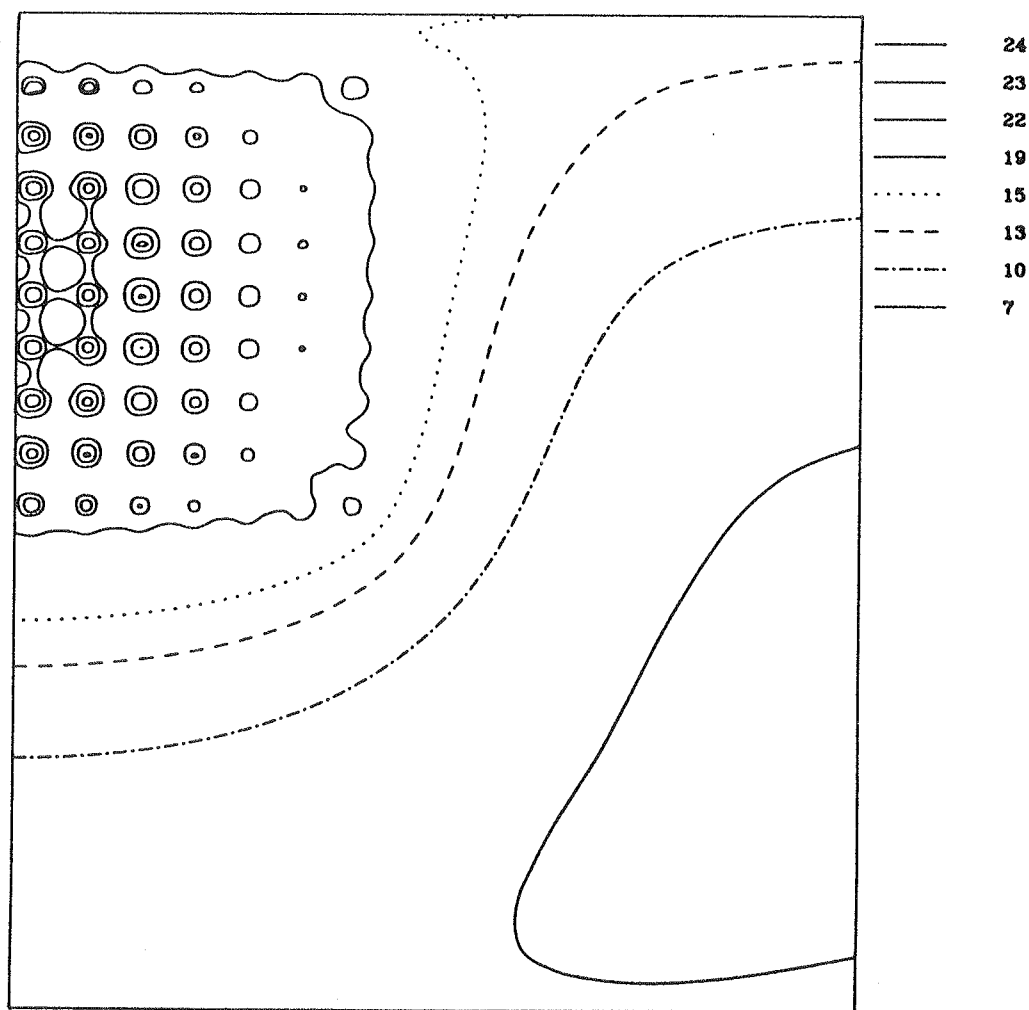
Som en kontrol af de enkelte simuleringer er de beregnede energistrømme sammenholdt. Således er et eventuelt ændret energiindhold i lager og den omliggende jord genfundet som en forskel mellem absorberet solenergi, varmetab fra solfangerfelt og jordoverflade, varmepumpens elforbrug samt forbrug i bebyggelsen.

Endvidere er det sikret at størrelsen af det i de 4 simuleringer anvendte tidsskridt ikke har påvirket beregningerne. I tre ellers ens supplerende simuleringer er forskellige tidsskridt således benyttet. Variationen mellem de herved bestemte årsresultater er ubetydelig.

På de følgende figurer er nogle karakteristiske forhold og resultater ved den første af de fire simuleringer vist.

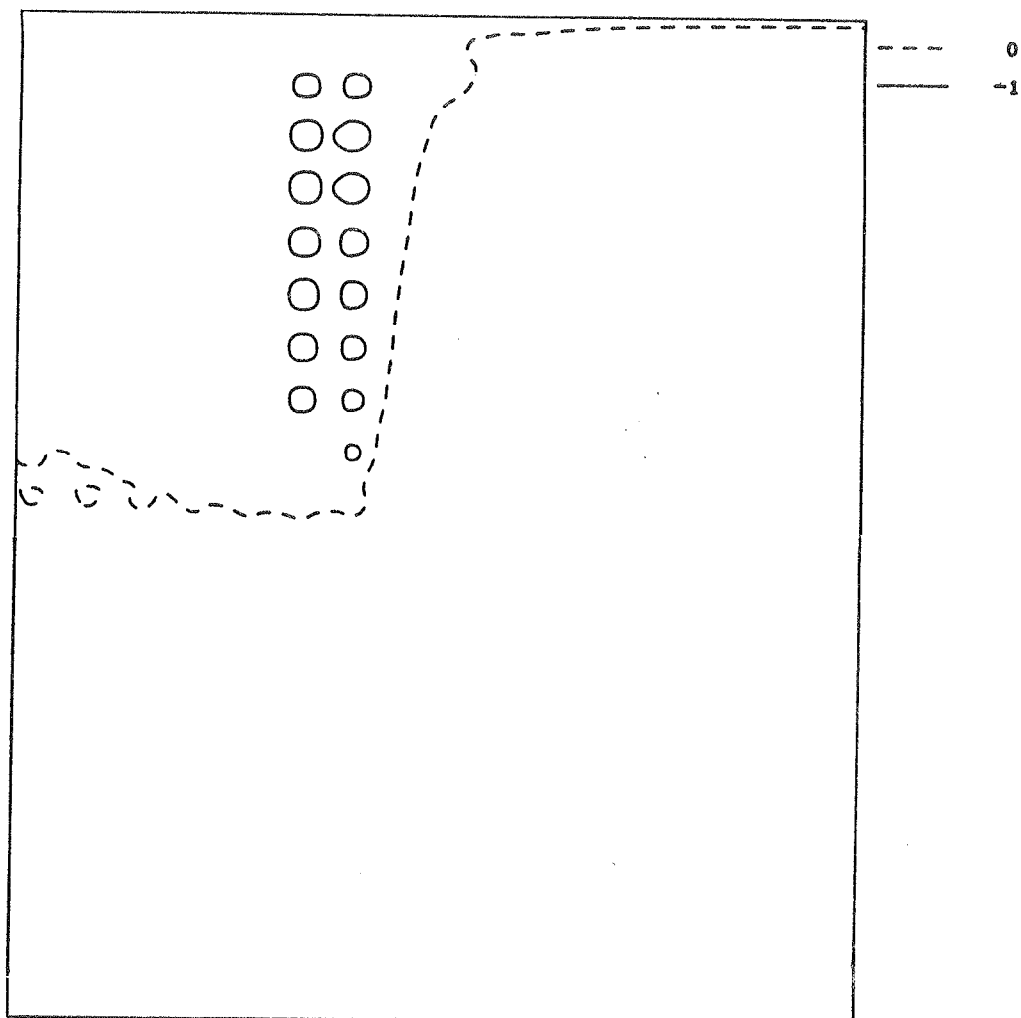
Således er typiske beregnede temperaturforhold i lageret og en del af det omliggende beregningsområde illustreret på figur 9 og 10. De to figurer viser en sommer- og en vintersituation hvor lageret henholdsvis op- og aflades.

I opladningssituationen vist på figur 9 gennemstrømmer den varme væske fra solfangerfeltet de inderste rørvindinger, først med et overordnet temperaturfald i radiusretning til følge. Samtidig ledes varmen væk fra lagerets kerne, dels til den omliggende jord, og dels mod jordoverfladen. De højeste temperaturer opnås herved i lagerets centrum. Endvidere ses et område hvor temperaturer under 7°C er beregnet. Områdets facon indikerer at disse lavere temperaturer ikke kun skyldes den foregående vinters naturlige afkøling af jorden. En påvirkning fra lagerets kraftige afkøling i samme tidsrum er således også svagt synlig.



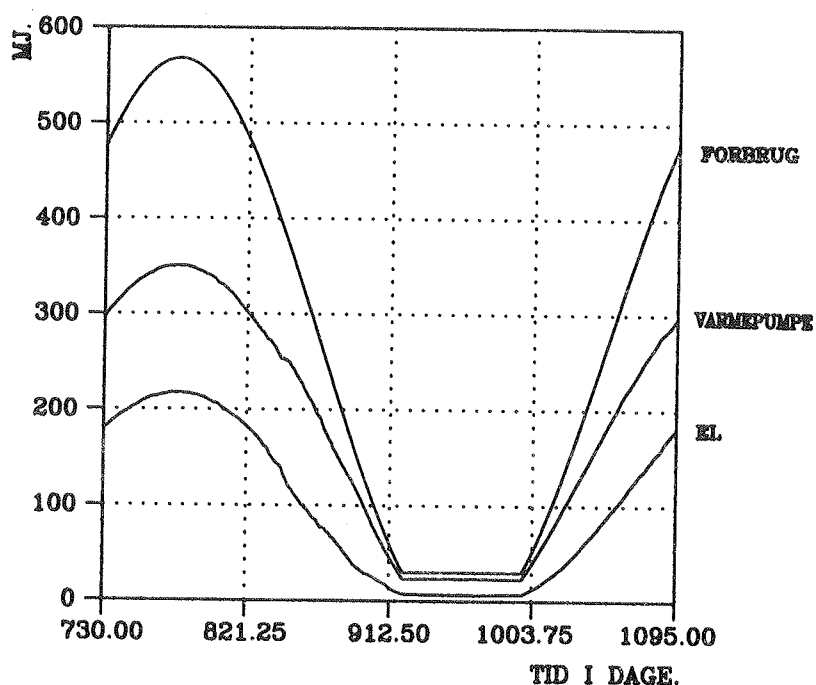
Figur 9. Isothermer tegnet på grundlag af beregnede temperaturer i og omkring lageret under et typisk opladningsforløb.

På figur 10 ses et fremskredet afkølingsforløb hvor varmeafgivelsen fra lageret hovedsagelig finder sted ved frigivelse af faseændringsvarme i den vandmættede jord. Ved afladningen gennemstrømmer den afkølede væske fra varmepumpen de yderste vindinger først, og de laveste temperaturer samt den første fuldstændige faseændring opnås derfor omkring disse. Under en sådan frostdannelse er lageret trægt med hensyn til en temperaturændring, hvilket forårsager de meget lidt varierende lager-temperaturer. Endelig ses hvordan varmen ledes fra den underliggende jord op i lageret, mens luften virker afkølede på dette.



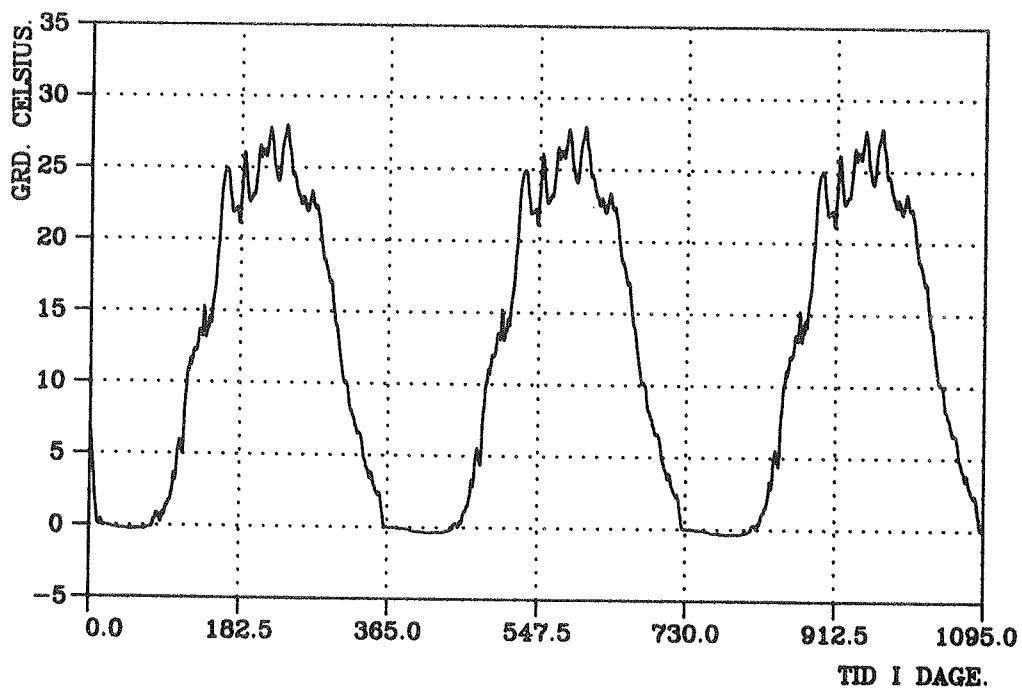
Figur 10. Isothermer tegnet på grundlag af beregnede temperaturer i og omkring lageret under et typisk afladningsforløb.

På figur 11 ses de samlede påtrykte forbrug, de beregnede energimængder der optages fra lager og solfangerfelt i varmepumpen samt dennes forbrug af el. De viste værdier er alle summeret over de enkelte døgn gennem det sidste simulerede års drift.



Figur 11. Påtrykte forbrug, optagne energimængde fra lager og solfangerfelt i varmepumpens samt dennes forbrug af el. Værdierne er summeret over de enkelte døgn i det sidste simulerede års drift.

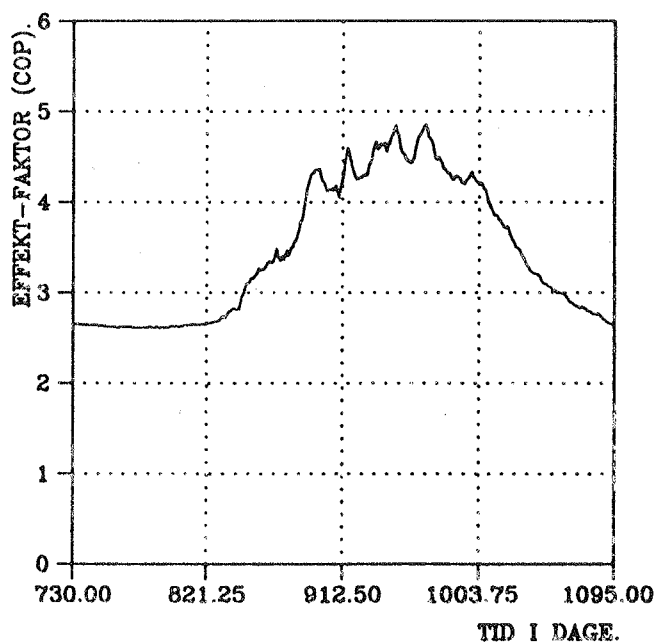
På figur 12 er en typisk døgnmidlet lagertemperatur gennem hele den simulerede driftsperiode vist. Temperaturen er gældende for et punkt midt i lageret.



Figur 12. Døgnmidlet temperatur i lagerets midte gennem de tre simuleringsår.

Ved årsskiftet er lagerets temperatur allerede faldet til nær et minimum. En egentlig sæsonlagringseffekt eksisterer ikke, som følge af lagerets ringe størrelse. Af samme grund opstår en årsperiodisk cyklus på et tidligt tidspunkt i simuleringen. Effekten af faseændringen i den vandmættede jord ses endvidere tydeligt på figuren. I den første fjerdedel af de simulerede driftsår fastholdes således den viste temperatur mellem 0 og -1°C . I sådanne perioder beregnes derfor som vist på figur 13 en lav og næsten konstant døgnmidlet effektfaktor for varmepumpen. Denne lave værdi er tidsmæssigt sammenfaldende med et stort forbrug, hvilket bevirker at den årsmidlede effektfaktor beregnes tilsvarende lille.

For de fire udførte simuleringer er de årsmidlede effektfaktorer for varmepumpen sammen med andre karakteristiske værdier for de sidste simulerede års drift angivet i tabel 2.



Figur 13. Døgnmidlet effektfaktor for varmepumpe i det sidste simulerede års drift.

Simuleringsnr.	1	2	3	4	
Varmetabskoeffi- cient i solf.	25	25	5	5	$W/m^2^{\circ}C$
Varmetabskoeffi- cient gennem lagerisolering		0.1		0.1	$W/m^2^{\circ}C$
Maks. temp. i lagerets centrum	28.7	29.5	39.3	43.8	$^{\circ}C$
Min. temp. i lagerets centrum	-0.4	-0.3	-0.6	-0.4	$^{\circ}C$
Varmepumpens års- effektfaktor	2.85	2.88	2.89	3.01	

Tabel 2. Karakteristiske beregnede værdier for det sidste simulerede års drift.

Sammenfattes de angivne resultater i tabel 2 og de viste figurer, fremgår det at lageret er for lille. Som følge af lagerets ringe størrelse fungerer dette ikke som et sæsonlager, men snarere som et større bufferlager. Af samme grund er de beregnede forbedringer af varmepumpens årseffektfaktor ved en afdækning af solfangerfeltet samt en isolering af lageret minimale. Således er lagerets kapacitet for lille til at de højere maksimumtemperaturer, der er beregnet ved disse to tiltag, får nogen væsentlig effekt på årsbasis.

Variationen mellem de beregnede årseffektfaktorer for varmepumpen indikerer endvidere at en lagerisolering kun bør anvendes i forbindelse med et afdækket solfangerfelt. Det skal dog bemærkes, at ved et større lager og den heraf følgende længere lagringstid, må en isolering generelt forventes at have større betydning.

6.7 Referat af andre projekter

Gennem to eksamensprojekter der har taget udgangspunkt i den her beskrevne model er andre undersøgelser omkring den konkrete anlægsudformning udført. De væsentligste resultater heraf er kort refereret i dette afsnit.

Som før nævnt har Alsing og Hansen (4) forbedret modellen på flere punkter. Med denne videreudviklede model er et ca. 500 m³ stort uisolert lager kombineret med afdækkede solfangerfelter på 32 og 64 m² undersøgt. Ved anvendelse af det større lager opnås den forventede sæsonlagrings-effekt med højere årseffektfaktorer for varmepumpen til følge.

Med reference i et anlæg af den størrelse der er behandlet i forrige afsnit er de ovenfor nævnte anlægskombinationer endvidere vurderet økonomisk. Alsing og Hansen finder således at ingen af disse forøgede anlægsstørrelser udgør rentable merinvesteringer.

I et lignende projekt har Kallan (6) undersøgt et ca. 200 m³ uisolaret lager, kombineret med afdækkede solfangerfelter på 30 og 60 m². Kallan finder i en tilsvarende økonomisk vurdering at også disse forøgede anlægsstørrelser ikke udgør lønsomme merinvesteringer. Ved anvendelse af et solfangerfelt på 30 m² er afstanden til det punkt hvor den aktuelle merinvestering er lønsom dog lille.

Den undersøgte anlægsudformning minder om et traditionelt jordvarmeanlæg. Da de økonomiske forhold ved denne systemløsning ydermere er velkendte, udgør traditionelle jordvarmeanlæg en god reference i en vurdering af den her behandlede anlægsudformning.

Dekobles solfangerfeltet i modellen og foreskrives kun en enkelt stor rørs spiral i jorden, er en simulering af traditionelle jordvarmeanlæg mulig. De to forskellige systemløsninger kan således simuleres ved anvendelse af den samme grundmodel. Herved opnås den fordel at beregnede forskelle mellem de to systemløsninger på mange punkter bygger på de samme forenklinger og tilnærmelser.

I begge de to ovenfor refererede projekter er sådanne simuleringer udført og sammenholdt. Alsing og Hansen samt Kallan finder samstemmende at de økonomiske forhold ved de to forskellige systemløsninger stort set er ens. En større udgift ved en investering i et jordlager og et solfangerfelt opvejes således af en heraf medfølgende besparelse i varmepumpens elforbrug.

Den driftsstrategi og sammenkobling af lager, solfangerfelt og varmepumpe der er forudsat i de to refererede projekter er ikke optimeret. Det er således muligt at højere ydelser og dermed en bedre anlægsøkonomi end beregnet i disse projekter kan opnås. Det er derfor sandsynligt at den undersøgte anlægsudformning bestående af et jordlager, et solfangerfelt og en varmepumpe er et godt alternativ til traditionelle jordvarmeanlæg.

7. TERMISKE FORHOLD I DAMLAGRE ANVENDT SOM KOMPONENT I SOLVARMECENTRALER

Som nævnt i forrige kapitel er en anvendelse af et termisk lager en forudsætning for at højere dækningsgrader kan opnås ved solopvarmning af boliger. I dette kapitel behandles en lagerløsning givet ved et damlager der anvendes som et sæsonlager. Udviklingen af damlageret har netop fundet sted i et forsøg på at billiggøre og dermed udbrede anvendelsen af solvarme til rumopvarmning af boliger.

Ved opførelse af et typisk damlager opgraves et kegle- eller pyramide-stubformet jordvolumen. Det opgravede jordvolumen lægges eventuelt som volde omkring udgravningen for at reducere gravearbejdet og lagerets dybde under terræn. Herefter fores lagerets side og bund med et faststampet lerlag som vandtættende materiale. Inden lageret fyldes med vand, ilægges en plastliner hvis væsentligste funktion er at sikre en kemisk adskillelse mellem ler og vand. Endelig afdækkes lageret med en flydende topisolering. Denne afdækning kan eventuelt erstattes af en selvbærende, og derfor noget dyrere, isoleringsløsning. Lageret op- og aflades gennem et system af dyser der er anbragt i forskellige niveauer over lagerets bund. Afhængigt af lagerets størrelse og forventede driftsbetingelser kan lageret med fordel isoleres langs siden i større eller mindre omfang.

Sammenlignet med andre termiske lagertyper synes mange fordele at være knyttet til damlageret.

Ved lagerstørrelser der overstiger 1000-2000 m³ udgør damlageret formodentlig den billigste form for vandfyldte lagre der kan opføres og fungere i Danmark. Sammenholdes damlageret endvidere med en almindelig ståltank, der af styrkemæssige årsager ikke kan nedgraves, er damlagerets placering langt mere diskret. Topafdækningen på et damlager kan eventuelt konstrueres således at arealet over lageret kan udnyttes.

Som andre vandfyldte lagre angives et damlagers størrelse efter et indeholdt vandvolumen. En sådan angivelse kan være misvisende. Afhængigt af et damlagers konstruktion og driftsbetingelser kan jorden omkring lageret således bidrage væsentligt til vandvolumenets lagerkapacitet. Under de rette forhold kan fx en isoleret ståltank således erstattes af et mindre damlager.

Sammenlignes et damlager med et jordlager, må prisen pr. volumenenhed formodes at være størst ved damlageret. På flere punkter vurderes de termiske og dynamiske egenskaber der er knyttet til damlageret dog at være væsentlig bedre.

Sammenholdt med et jordlager er energitætheden i damlageret betydelig større, med et relativt mindre varmetab til følge. Endvidere må et mindre fald formodes at være knyttet til de temperaturniveauer hvorved energimængder afsættes og senere optages i et damlager. Således vil bl.a. en driftsstrategi, hvor et termisk stratificeret lagermedie tilstræbes og udnyttes, i langt højere grad kunne anvendes i et damlager. Disse forhold er især væsentlige hvis et lager ikke anvendes sammen med en varmepumpe.

Som følge af de beskrevne fordele ved damlageret kan dette meget vel udgøre den bedste lagerløsning i flere udformninger af solvarmeanlæg med sæsonlagring. På grundlag af dette forhold er en række undersøgelser, der vedrører damlagre anvendt som komponent i solvarmecentraler, udført.

Således er forskellige mulige numeriske simuleringsprincipper for beregning af de sammenhørende konvektive og termiske forhold i damlagre overvejet. To af disse principper er endvidere afprøvet. Simuleringsprincipperne omfatter alle løsninger af Navier-Stokes ligninger. I de første afsnit af dette kapitel findes en diskussion samt en vurdering af de overvejede og de afprøvede simuleringsprincipper.

Herefter følger en beskrivelse af tre udviklede matematiske edb-modeller hvormed samspillet mellem veldefinerede naturlige grænselagsstrømninger i damlagre og de termiske forhold i disse kan bestemmes. Den gensidige påvirkning mellem de nævnte grænselagsstrømninger og de termiske forhold i damlagre er undersøgt og beskrevet.

Med udgangspunkt i de ovenfor nævnte overvejelser og undersøgelser er en model for en komplet solvarmecentral indeholdende et damlager udviklet. Modellen omfatter endvidere en beskrivelse af et distributionssystem samt de varmeafgivende aggregater i de boliger der er tilsluttet centralen. Modellen er opdelt i delmodeller for de enkelte komponenter der er antaget at indgå i det centrale solvarmeanlæg.

Et væsentlig formål med udviklingen af den samlede model har været at kunne simulere damlagre gennem typiske års drift. De termiske forhold i et damlager vil dog som følge af den store termiske masse der omgiver dette først efter flere års drift nærme sig en årsstationær tilstand. Da den samlede beregningstid ved anvendelse af modellen derfor vil være anseelig, er enkle og hurtigtarbejdende delmodeller tilstræbt.

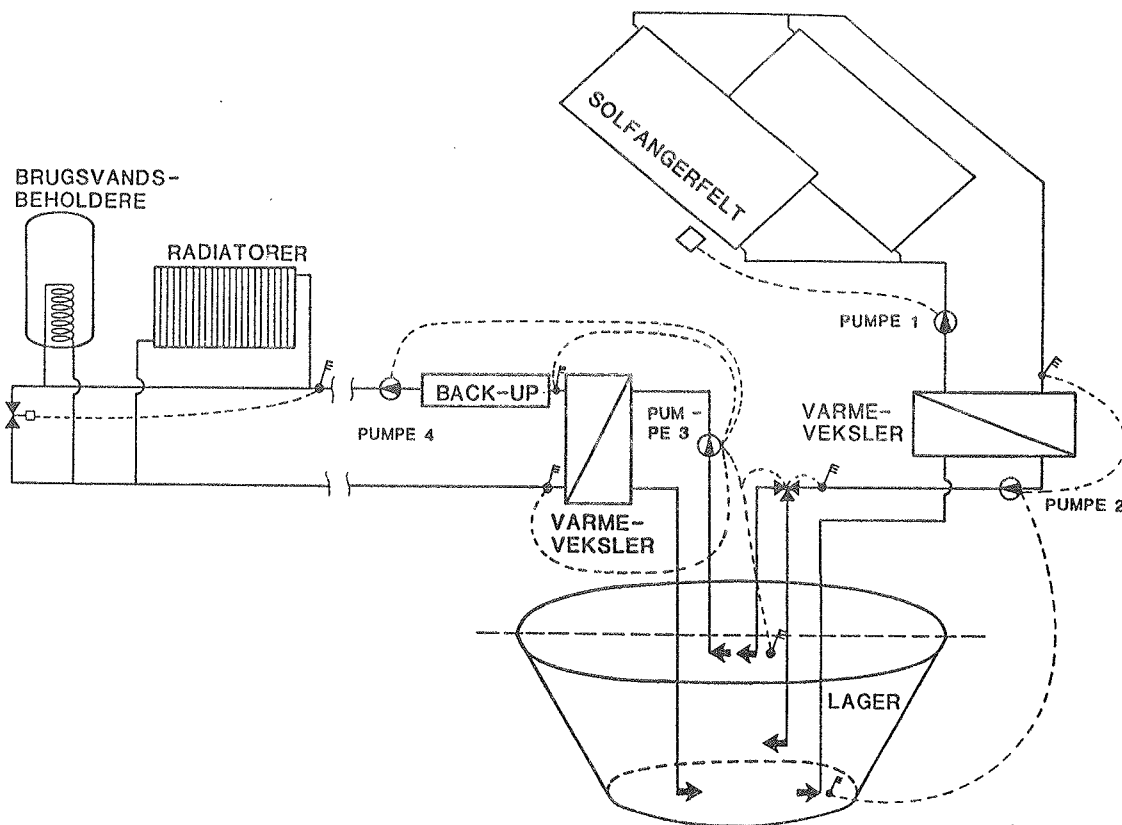
I de midterste afsnit i dette kapitel er de forudsætninger og principper der er anvendt i de enkelte delmodeller beskrevet og vurderet.

På figur 14 ses en principskitse af den anlægsudformning og driftsstrategi der er forudsat ved sammenkobling af de enkelte delmodeller.

Pumperne 1 og 2 er begge antaget at levere ens og konstante kapacitetsstrømme under forhold hvor pumperne er i drift. Som det er antydnet på figuren, er pumpe 1 endvidere styret efter det aktuelle solindfald på solfangerfeltets plan. Pumpe 2 er styret efter differensen mellem temperaturen af lagermediet ved damlagerets bund og returløbet fra kollektorfeltet i solfangerkredsen. Under forhold hvor pumpe 2 er i drift kan det i varmeveksleren opvarmede lagermedie introduceres i damlageret i to forskellige niveauer. Er de øverste vandmasser i lageret således kolde end det opvarmede lagermedie, tilføres dette ved toppen af lageret. Er denne betingelse ikke opfyldt, tilføres det opvarmede lagermedie gennem den nederste indløbsdyse.

Det centrale solvarmeanlæg er antaget at indeholde et ikke nærmere specificeret back-up-system der er lokaliseret ved indløbet til fjernvarmekredsens fremløb. Ved dette indløb er fremløbstemperaturen antaget at være konstant og kendt. Fjernvarmekredsen er endvidere forudsat at indeholde et temperaturstyret omløb. Således er en nedre grænse for temperaturen i fjernvarmekredsen ved forbrugerne givet. Denne nedre grænse samt de aktuelle energiforbrug ved forbrugerne er bestemmende for det flow der leveres af pumpe 4.

Som det er illustreret på figur 14 er pumpe 3 antaget at være styret efter 3 temperaturer samt det aktuelle flow i fjernvarmekredsen. Pumpen er således i drift hvis temperaturen i toppen af lageret er større end returløbstemperaturen i fjernvarmekredsen. Størrelsen af den volu-



Figur 14. Principskitse for sammenkobling af delmodeller for et centralt solvarmeanlæg.

menstrøm der leveres af pumpen er endvidere fastlagt ved to kriterier. For at hindre en dårlig afkøling af lagermediet der gennemstrømmer varmeveksleren tillades ikke en volumenstrøm leveret af pumpe 3 som er større end det aktuelle flow i fjernvarmekredsen. Under hensyntagen til denne betingelse afstemmes volumenstrømmen således at netop den kendte temperatur ved indløbet i fjernvarmekredsen om muligt opnås.

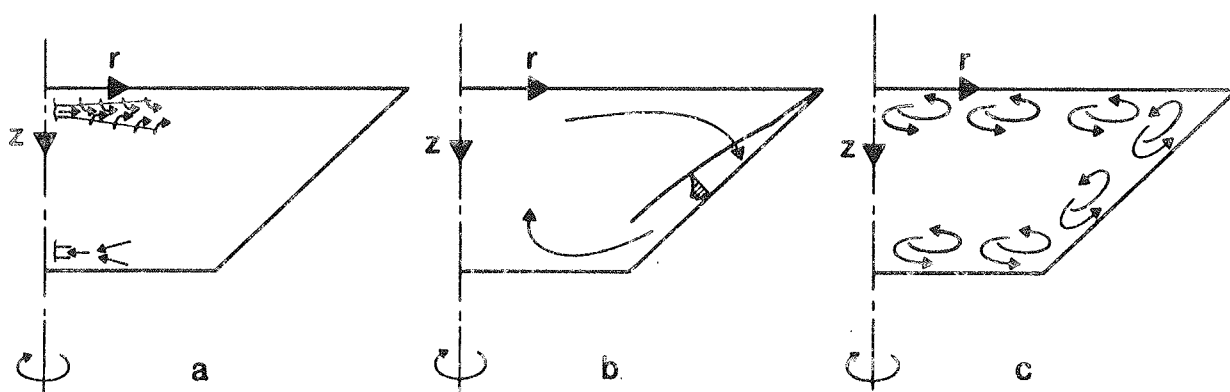
Ved anvendelse af den sammenkoblede model er en række undersøgelser der vedrører et centralt solvarmeanlæg udført. De anvendte inddata er anslået bedst muligt efter et foreløbigt udkast til et konkret anlæg, der sammen med en tæt-lav bebyggelse er planlagt opført i 1988-89. I de udførte undersøgelser er forskellige former og dimensioner af det konkrete damlagers isolering vurderet. Endvidere er forskellige kombinationer af damlagerets volumen og solfangerfeltets areal undersøgt. Disse undersøgelser, der inkluderer flere økonomiske antagelser for den planlagte solvarmecentrals opførelse og drift, er beskrevet sidst i dette kapitel.

7.1 Strømningsmodeller - Løsning af Navier-Stokes ligninger

Den transport af energi der finder sted i vandfyldte damlagre, og som bør medregnes ved simulering af disse, finder sted ved varmeledning og konvektion.

Den konvektive energitransport er ofte meget kompleks og medregnes ved sådanne simuleringer som regel kun i en meget simplificeret form. Ofte inkluderes således kun en meget enkel beskrivelse af den tvungne konvektion, mens alle former for naturlig konvektion negligeres.

Afhængigt af damlagerets aktuelle driftsforhold kan forskellige strømningsmønstre dannes. Tre eksempler herpå er vist på figur 15.



Figur 15. Forskellige mulige strømningsmønstre i damlagre.

- a) Opladning (afladning). - Tvungen konvektion.
- b) Afkøling af lager gennem den omliggende jord. - Naturlig konvektion.
- c) Opvarmning af lager gennem den omliggende jord. Afkøling af lager gennem den isolerende topafdækning. - Naturlig konvektion.

Et af de viste strømningsmønstre, eller kombinationer heraf, vil altid være til stede i et damlager. Vandmassen i dette vil aldrig være i fuldstændig ro da damlageret kontinuert vil være under indflydelse af ydre termiske påvirkninger.

En detaljeret beregning af sådanne strømningsforhold er kun mulig gennem en numerisk løsning af en energiligning samt Navier-Stokes ligninger. Da strømmingerne kan være turbulente, kommer hertil en eller flere ligninger for turbulente parametre, afhængigt af hvilken turbulensmodel der anvendes.

Med ønsket om at beregne de termiske effekter af de forskelligartede strømningsmønstre er forskellige løsningsprincipper af de ovenfor nævnte ligninger vurderet. To forskellige modeller er i denne forbindelse afprøvet. Hovedlinjerne i disse undersøgelser er beskrevet i de følgende afsnit.

7.1.1 Diskussion af forskellige simuleringsprincipper for strømninger i damlagre

Sideløbende med den store udvikling og udbredelse af computere har et omfattende udviklingsarbejde af hurtigere og mere præcise strømningsmodeller fundet sted. Resultatet er at der i dag findes mange forskellige numeriske metoder til løsning af Navier-Stokes og supplerende ligninger. Et stigende antal praktiske fluid-dynamiske problemer, der før løstes ved laboratorieforsøg, løses i dag ved simulering. Den store besparelse der ligger heri har været og er stadig drivkraften i den voksende indsats i udviklingen af strømningsmodeller.

De mange eksisterende simuleringsprincipper opdeles ofte i tre grupper af metoder:

- 1) Differensmetoder
- 2) Elementmetoder
- 3) Kontrolvolumenmetoder

Størrelsen af den udviklingsindsats der har fundet sted inden for de enkelte grupper, deres historiske fremkomst samt den hyppighed hvormed de anvendes i dag afspejles i den nævnte rækkefølge. I dag ligger udviklingen af nye metoder dog med hovedvægten på den sidstnævnte gruppe.

En principiel og grundlæggende forskel mellem de tre grupper af metoder er den indfaldsvinkel en løsning af et problem baseres på. Ved elementmetoder ligger en udpræget matematisk betragtning af de beskrivende ligninger til grund for en løsning af disse. Indgangsvinklen ved kontrolvolumenmetoder bygger derimod mere på en fysisk forståelig anskuelse af de samme ligninger. Ved differensmetoder anvendes en blanding af de to vidt forskellige indfaldsvinkler.

I alle tilfælde dannes et sæt tilnærmelser for de grundlæggende differentiaalligninger. Disse tilnærmede ligninger er, selvom metoder fra de forskellige grupper anvendes, oftest næsten enslydende eller i nogle tilfælde endda identiske. Dette forhold gælder især ved differens- og kontrolvolumenmetoder. Som følge af denne overlapning kan den ovenfor angivne gruppering forekomme misvisende.

Uanset hvilken gruppe de enkelte metoder tilhører, ligger en væsentlig adskillelse mellem disse ofte i den strategi hvorefter de ikke-linære tilnærmede ligninger løses.

Et spørgsmål der ofte diskuteres er hvilke grupper af metoder der er mest velegnede til simulering af strømningsproblemer. Da der findes gode og dårlige metoder inden for hver gruppe, og da nogle metoder endvidere er skræddersyede til konkrete problemers løsning, kan et entydigt svar ikke gives. Nogle karakteristiske forhold kan dog med henblik på en løsning af det her aktuelle strømningsproblem fremhæves.

De hyppigst forekommende sammenligninger af metoder i de enkelte grupper er udført mellem element- og differensmetoder. Ofte forekommer konklusioner som: "Med elementmetoder beregnes mere nøjagtige resultater end med differensmetoder". - Eller: "Differensmetoder er hurtigere end elementmetoder". Sådanne konklusioner, der træffes på basis af beregninger udført i samme net- eller elementinddelinger, er ofte misvisende.

De fleste strømningsberegninger med praktisk relevans er meget tidkrævende med hensyn til forbrug af beregningstid og dermed ofte kostbare at udføre. Et mere korrekt kriterium at lægge til grund i en sådan sammenligning er derfor den beregningstid hvormed resultater af samme acceptable nøjagtighed kan beregnes under anvendelse af forskellige metoder.

Efter et sådant princip sammenligner Betts, Haslam og Lidder (7) to differensmetoder og to elementmetoder. Sammenligningerne er udført ved simulering af en to-dimensional naturlig konvektion i en kavitet. Konvektionen er fremkaldt af en varm og en kold lodret side og ved et Ra -tal på $1,5 \cdot 10^5$. I den ene elementmetode fandtes proceduren at være numerisk ustabil ved dette Ra -tal. Beregningstiderne for de to differensmetoder og den sidste elementmetode fandtes til henholdsvis 30, 60 og 200 s for dette meget enkle strømningsproblem.

Et krav om samme nøjagtighed i sådanne simuleringer er dog et forholdsvis diffust begreb. Endvidere indgår i langt de fleste metoder flere relaxeringsfaktorer der har fatal betydning for den beregningstid hvormed en løsning kan findes. Optimale værdier for disse faktorer, der ofte er indbyrdes afhængige og ydermere varierer fra problem til problem er derfor vanskelige at fastlægge. Endelig er nogle metoder som før nævnt specielt velegnede for bestemte problemløsninger. Betts, Haslam og Lidder's fundne beregningstider skal derfor vurderes med et vist forbehold. Forskellen mellem disse beregningstider afspejler dog den generelle opfattelse meget godt.

En anden ulempe ved elementmetoderne er at de generelt lægger beslag på mere lagerplads end differensmetoderne. Et forhold der især kan volde vanskeligheder ved løsning af større og komplekse strømningsproblemer.

I simulering af en udelukkende konvektiv transport bør lokale nedstrøms påvirkninger ikke kunne forplantes opstrøms for disse. Patankar (8) fremhæver at sådanne opstrømseffekter er vanskelige at undgå i elementmetoder. Dette forhold kan medføre at fysisk urealistiske resultater beregnes i løsning af strømningsproblemer hvor den konvektive transport er dominerende. I værste fald kan den numeriske løsningsprocedure blive ustabil. Dette problem løses ved differens- og kontrolvolumenmetoden gennem anvendelse af fx opstrømsstilmærkelser for de konvektive led.

Den eneste, men ofte væsentlige, fordel ved anvendelse af elementmetoder er en større fleksibilitet med hensyn til en inddeling af irregulære beregningsdomæner. Således anvendes fx ofte trekantelementer i to-dimensionale beregninger. Som følge af et damlagers geometri synes en sådan elementinddeling umiddelbart med fordel at kunne anvendes. En tilfredsstillende beskrivelse af grænselagsstrømningen, vist på figur 15 b, kræver en fin elementinddeling på tværs af denne. Da grænselagets bredde endvidere er meget lille i forhold til dets længde, vil en anvendelse af en trekantinddeling medføre et alt for stort antal elementer eller meget spidse vinkler i de enkelte trekantelementer. Elementmetoder kan imidlertid ikke benyttes i elementinddelinger indeholdende sådanne spidse vinkler. Dette forhold skyldes at repræsentationen af gradienter på tværs af elementernes længderetning i givet fald bliver meget dårlig. Af samme grund kan en elementinddeling af grænselagsområdet, bestående af lange smalle rektangulære elementer, heller ikke anvendes.

Denne væsentlige hindring findes ikke i samme grad ved differens- og kontrolvolumenmetoder. Således kan en løsning af grænselaget udmærket

findes ved anvendelse af en inddeling bestående af lange, smalle rektangler.

På basis af de ovenfor beskrevne ulemper ved elementmetoder vurderes disse generelt ikke at være de mest velegnede til løsning af strømningsproblemer. Langt de fleste publicerede nyere løsninger af komplekse strømningsproblemer er da også fundet ved anvendelse af differens- eller kontrolvolumenmetoder. Derfor er elementmetoderne forkastet som en løsningsmulighed for de her aktuelle strømningsforhold i damlagre. Det skal understreges at de ovenfor beskrevne forhold ved elementmetoder kun gælder fluid-dynamiske simuleringer. Således anvendes denne gruppe af metoder som de mest udbredte til fx spændingsberegninger i faste stoffer.

Som før nævnt er der især blandt differens- og kontrolvolumenmetoder en stor overlappning, og de to navne bruges ofte i flæng. Derfor skal definitionen af de to grupper af metoder uddybes her.

Ved en differensmetode findes ved Taylor-rækkeudviklinger differens tilnærmelser til de enkelte led i de grundlæggende differentiaalligninger. Ved en kontrolvolumenmetode integreres de samme differentiaalligninger over en given kontrolvolumentidsinddeling. Herved fås en tidsafhængig balance for de fluxe der passerer de enkelte kontrolvoluminers grænser.

Som allerede beskrevet opnås ofte identisk de samme tilnærmede ligninger ved anvendelse af de to forskellige grupper af metoder. Disse ligningers kraftige ulinearitet, der især skyldes konvektive led, er en af de største hindringer der skal overvindes i en løsning. I forsøg på dette er mange forskellige differens- og kontrolvolumenmetoder opstået.

I alle velkendte og gennemtestede differens- og kontrolvolumenmetoder anvendes en ortogonal opdeling af beregningsområdet. Er dette ikke regulært, er det ofte meget vanskeligt at foreskrive en fornuftig net- eller kontrolvolumeninddeling. Dette problem er forsøgt løst gennem forskellige tiltag.

Som følge af damlagres geometri, kombineret med de før nævnte krav til en fin net- eller kontrolvolumeninddeling i nogle områder af dette, kan en standardmetode ikke benyttes. Således vil en inddeling der følger den skrå lagerside, og som giver en god beskrivelse af grænselaget langs denne, ikke kunne anvendes. I givet fald vil en repræsentation af randbetingelser ved de øvrige rande volde problemer. Endvidere vil den nødvendige fine inddeling på tværs af det ovenfor nævnte grænselag reflekteres og spredes til andre områder af beregningsområdet. Herved vil et alt for stort antal net- eller kontrolvolumeninddelinger fremkomme. Endelig vil en beskrivelse af de jetstrømme, der vil forekomme ved indløb i lageret som følge af falsk diffusion, være meget dårlig. Derfor er de forskellige løsningsmuligheder der eksisterer til dette generelle problem ved differens- og kontrolvolumenmetoder undersøgt.

En mulig løsning, der benyttes i forbindelse med differensmetoder, er anvendelsen af nettransformationer. Herved føres det oprindelige irregulære afgrænsede plan eller rum, hvori en løsning ønskes, over i en regulær geometri. Ved anvendelse af denne afbildning transformeres de grundlæggende differentiaalligninger og løses i et ækvidistant net i det frembragte regulære beregningsområde. En sådan transformation kan også opfattes som en lokalt varierende forskydning og vridning af et ækvidistant og ortogonalt net. Dette bringes herved til at følge en

ikke regulær geometri, og samtidig koncentrerer netpunkter hvor dette er ønsket.

Der eksisterer forskellige transformationsmetoder der opdeles i to grupper:

- 1) Algebraiske metoder
- 2) Differentielle metoder

I den førstnævnte gruppe er transformationen givet ved en eller flere algebraiske ligninger. I den anden gruppe fastlægges transformationen gennem en løsning af et sæt eliptiske differentiaalligninger. Antallet af disse svarer til dimensionerne af det konkrete problem.

Der er i dag en voksende indsats inden for dette område, og den første større kongres om emnet er afholdt i 1986. Indlæg herfra er editeret af Häuser og Taylor (9). Den forskningsmæssige indsats er i dag koncentreret om de differentielle metoder hvor et stort og banebrydende arbejde er udført af Thomsen (10). Metoderne i denne gruppe er de mest fleksible. Det kan således især ved de mere komplekse problemer være vanskeligt eller umuligt at bestemme en algebraisk transformation med de ønskede egenskaber.

Løsning til komplekse strømningsproblemer udført ved hjælp af nettransformationer er ikke fundet i nærværende arbejde. Dette forhold skyldes ikke at de nødvendige transformationer ikke kan fastlægges, men snarere at de transformerende ligninger bliver meget komplekse og derfor særdeles vanskelige at løse. Det ved en transformation løste problem med hensyn til en fastlæggelse af en passende netinddeling flyttes således til den egentlige løsning af de transformerende differentiaalligninger. Især de led der fremkommer ved en transformation af diffusive andenordens afledede fører til sådanne problemer. Denne transformation medfører dels førsteordens afledede, og dels andenordens blandede afledede med de problemer der heraf følger.

Disse problemer forsvinder i stor udstrækning ved anvendelse af en specielt elegant gruppe transformationer. Således vil konforme afbildninger, der udgør en undergruppe blandt algebraiske transformationer, ikke medføre nogen blandede afledede. Dette skyldes at også det transformerende net er ortogonalt. Kober (11) angiver en lang række konforme afbildninger, hvoraf nogle er anvendt i simulering af strømninger i og omkring ikke regulære geometrier. Rubin og Khosla (12) beregner således to-dimensionale strømningsfelter i ekspanderede kanaler og omkring halve cylindre anlagt mod en flad plade. I løsning af konkrete, praktiske strømningsproblemer er det dog meget sjældent at konforme afbildninger kan opfylde de krav der må stilles til en transformation. Konforme afbildninger har derfor mere fundet anvendelse i løsning af strømningsproblemer af akademisk interesse. I tredimensionale beregninger er en anvendelse af konforme transformationer så godt som aldrig mulig. I det her aktuelle todimensionale strømningsproblem kan en sådan afbildningsform heller ikke benyttes.

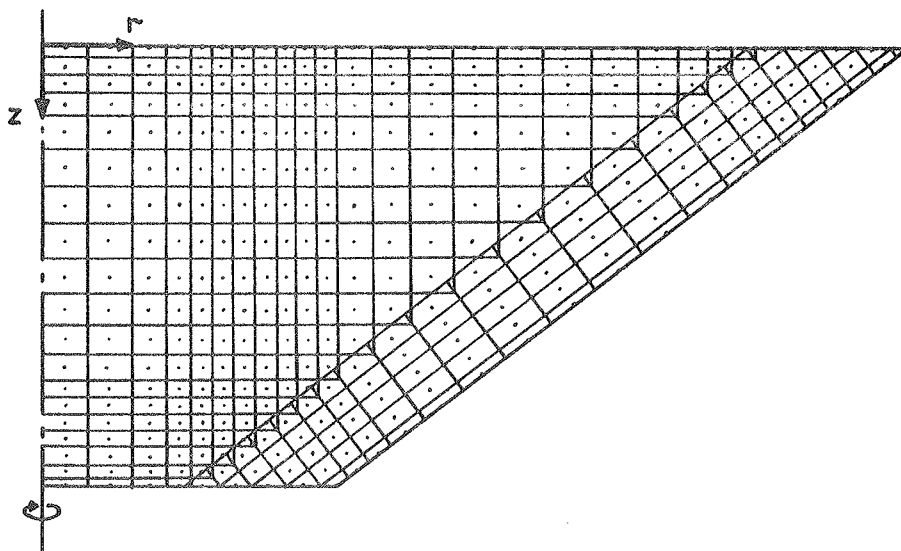
En anvendelse af nettransformationer kan være forbundet med andre vanskeligheder der må overvindes.

I mange metoder anvendes således flere inddelinger af beregningsområdet. Dette kan især volde problemer ved anvendelse af differentielle transformationer som følge af det princip hvorefter det transformerende net fastlægges.

Roache (13) nævner to andre væsentlige ulemper. Således kan en god repræsentation af de transformerede randbetingelser være vanskelig at opnå. Dette gælder især hvor gradienter på randen foreskrives. Endvidere vil stabilitetskriterier i forbindelse med de altid tilstedeværende iterationer ofte blive mere restriktive.

Sammenfattes de her beskrevne forhold, synes det i dag muligt at fastlægge eller beregne transformationer der giver den ønskede netinddeling for langt de fleste geometrier. Den væsentlige hindring ligger i løsningen af de transformerede differentialligninger. Der mangler således en udvikling på dette punkt inden det fulde udbytte af disse transformationer kan opnås. Denne udvikling er meget vanskelig, hvilket især skyldes at en fysisk forståelse af de transformerede og derfor meget komplekse ligninger nærmest er umulig.

En anden mulig og brugbar net- eller kontrolvolumeninddeling af damlageret kan frembringes ved en sammenkobling af to ortogonale inddelinger som vist på figur 16. Herved kan kendte differens- eller kontrolvolumenmetoder bruges stort set uændret. En ulempe ved denne løsning er at koncentrationen af net- eller kontrolvolumeninddelinger i en del af beregningsområdet bliver langt tættere end påkrævet. Således vil den fine og nødvendige inddeling på tværs af grænselagsområdet ved den skrå side give en tilsvarende fin, men unødvendig inddeling i andre delområder af lageret. Dette forhold vil blive langt mere udpræget end vist på figur 16, men ingen andre anvendelige inddelingsmuligheder synes at eksistere.



Figur 16. To koblede net- eller kontrolvolumeninddelinger af damlager.

Ved anvendelse af en sådan net- eller kontrolvolumeninddeling vurderes en detaljeret beregning af de på figur 15 a og b skitserede strømningsmønstre at være mulig. En lignende præcis bestemmelse af det ikke veldefinerede strømningsmønster, der er vist på figur 15 c, kan derimod ikke forventes. Hertil er finere inddelinger parallelt med randen nødvendige, hvis antal i givet fald ville blive uacceptabelt stort. Dette strømningsmønster vil dog, omend ikke med nogen fluid-dynamisk god beskrivelse, være inkluderet i beregningen. Samtidig vurderes denne

ikke veldefinerede strømning sammenlignet med øvrige strømningsmønstre at være den mindst dominerende.

7.1.2 Test af to strømningsmodeller

Med henblik på en simulering af de mulige strømninger i damlagre er to på flere punkter forskellige modeller testet. Som følge af den store størrelsesforskel mellem det vægnære grænselagsdomæne og den resterende del af beregningsområdet er en meget stor variation mellem størrelsen af de hertil hørende net- eller kontrolvolumeninddelinger nødvendig. I modsat fald vil antallet af inddelinger blive uacceptabelt stort. Sammenholdt med den nødvendige fine inddeling af grænselagsområdet vil kvastationærtilnærmende forhold i dette endvidere være dominerende. Derfor kan en god fysisk beskrivelse trods de små inddelinger af grænselagsdomænet udmærket kombineres med en anvendelse af store tidsskridt. Dette forhold kan kun udnyttes i fuldt implicitte metoder hvor instabilitets-hindrende betingelser til størrelsen af tidsskridt ikke eksisterer. Derfor er kun fuldt implicitte differens- og kontrolvolumenmetoder overvejede.

Som tidligere nævnt vil turbulente strømningsforhold være dominerende i damlagre. Modellerne er formuleret for laminare strømninger, men kan udvides til også at inkludere turbulente forhold. Hertil vurderes en $K-\epsilon$ model at være den mest velegnede. Denne model, der består af to semiempiriske transportligninger for turbulent kinetisk energi og dissipation heraf, er således den simpleste form for turbulensmodel der generelt kan anvendes. Endvidere er denne førsteordens model den mest gennemtestede og med succes anvendte af sin art. $K-\epsilon$ modellen er bl.a. anvendt for problemstillinger der ligger tæt op ad de her relevante. Således beregner Hossain og Rodi (14) under anvendelse af denne model de fluid-dynamiske forhold i og omkring opdriftinfluerede, turbulente jetstrømme. Endvidere simulerer Lin og Churchill (15) turbulente naturlige grænselagsstrømninger ved brug af samme model. Værdier for de empiriske konstanter der ingår i $K-\epsilon$ modellen er gennem disse to arbejder grundigt verificeret. Disse resultater kan direkte anvendes ved en udvidelse af de her undersøgte laminare strømningsmodeller.

Begge de to testede modeller er formuleret i et todimensionalt cylindrisk koordinatsystem og kan således direkte anvendes i den ene af de to koblede inddelinger vist på figur 16.

Endvidere er Boussinesq's approksimation anvendt for opdriftsled, og inkompressible strømningsforhold kan og er derfor antaget.

Den første model der er testet er en differensmodel udtrykt i en strømfunktion vorticity-formulering, som vist på figur 17.

Transport af vorticity:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r}(v_r \omega) + \frac{v_r \omega}{r} + \frac{\partial}{\partial z}(v_z \omega) = \nu \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \omega}{\partial r} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} - \frac{\omega}{r^2} \right) + g\beta \frac{\partial T}{\partial r}$$

Transport af energi:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r}(v_r T) + \frac{v_r T}{r} + \frac{\partial}{\partial z}(v_z T) = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)$$

Strømfunktion:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = r\omega$$

hvor:

$$v_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial z} \quad ; \quad v_z = - \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r}$$

Figur 17. Cylindrisk strømfunktion-vorticity formulering.

Denne formulering er valgt da dette umiddelbart medfører flere åbenlyse fordele. Således vil kontinuitetsligningen automatisk være opfyldt i en given løsning. Endvidere er de ofte vanskeligt håndterlige trykafledede der indgår i en formulering i primitive variable elimineret. Endelig er antallet af ligninger reduceret med én, sammenlignet med en formulering i primitive variable. Det samlede ligningssystem består herved af en lineær Poisson-ligning og to ikke-lineære transportligninger for vorticity og energi.

I diskretiseringen af de grundlæggende ligninger er centrale differens-tilnærmelser anvendt i Poisson-ligningen, for opdriftleddet samt for de førsteordens led der forekommer som følge af den cylindriske formulering. De resterende afledede, der er identiske med de samlede konvektive og diffusive led i en kartesisk formulering, tilnærmes ved anvendelse af Spaldings (16) hybride diskretisering.

De tre grundlæggende differentiaalligninger tilnærmes herved med tre koblede ligningssystemer, hvoraf de to ikke er lineære. En løsning af disse femdiagonale ligningssystemer, der skal udføres i hvert tids-skridt, findes derfor ved en iterativ proces. I disse iterationer løses hver af de tre ligningssystemer implicit formuleret, men koblet og lineariseret under anvendelse af værdier fra forrige iterationstrin. De tre ligningssystemer løses ved anvendelse af Stones (1) iterative procedure, der vurderes at være blandt de hurtigste metoder til løsning af femdiagonale lineære ligningssystemer af den her relevante størrelse.

I beregningen af koefficienterne for de ligningssystemer, der udgør tilnærmelser for de to transportligninger, kræver to led i disse en speciel behandling. Disse led fremkommer som følge af den cylindriske geometri og er understreget på figur 17. Formuleres også disse led implicit sammen med de øvrige led, introduceres herved en mulighed for at de dannede ligningssystemer bliver dårligt konditionerede, eller i værste fald uløselige. Dette forhold skyldes at hastigheden v_r kan antage både positive og negative værdier. Herved kan koefficienterne i ligningssystemernes hoveddiagonaler, hvori de omtalte led indgår, antage værdien nul. Derfor må disse to led indføres eksplicit i beregningerne under anvendelse af værdier fra forrige iterationstrin. Denne nødvendige forholdsregel vil især for små værdier af radius hæmme beregningsprocedurens konvergenshastighed med en forøgelse af den samlede beregningstid til følge.

Metoden er testet mod det simple og hertil ofte anvendte strømningssprobleme bestående af en naturlig konvektion i en kvadratisk kavitet. Kavitetten er forudsat at være afgrænset af en adiabatisk top og bund samt af en varm og en kold side.

Roache (13) fremhæver at randbetingelsen for vorticity i en metode som denne er af stor betydning for beregningens stabilitet. Derfor er den ifølge Roache mest stabilitetsgivende randbetingelse benyttet.

For mindre værdier af den naturlige konvektions Ra-tal er stationære hastigheds- og temperaturfelter beregnet. En kraftig underrelaksering af randbetingelsen for vorticity var dog selv for relativt små tidsstep nødvendig. Derfor var et stort antal iterationer i hvert tidsskridt påkrævet med en lang beregningstid til følge.

For større Ra-tal er stationære løsninger ikke fundet. Divergerende mellemresultater, begyndende i de randnære beregningsområder, fremkom således i de enkelte iterationstrin. Denne instabilitet skyldes formodentlig de ovenfor nævnte forhold med hensyn til randbetingelsen for vorticity.

Gennem mange publicerede arbejder er dette generelle stabilitetsproblem, der er voksende med stigende Ra- eller Re-tal, undersøgt. Mange forskellige relaxeringsmetoder, mere eller mindre implicite koblings- og ligningsløsningsprincipper samt forskellige tilnærmelser for den omstridte randbetingelse er således afprøvet i disse arbejder. I nogle tilfælde er tilfredsstillende stationære løsninger for moderate og større Ra- og Re-tal fundet. De hertil anvendte relaxeringsmetoder gør dog den transiente del af løsningen yderst tvivlsom.

De vanskeligheder der er knyttet til en beregning formuleret i primitive variable løses således ikke ved anvendelse af en strømfunktion-vorticity formulering. Disse vanskeligheder flyttes snarere og fremkommer i en anden form, hovedsagelig som et randværdiproblem. En strømfunktion-vorticity formulering kan derfor kun anbefales i simuleringer hvor lavere værdier af strømningens Ra- eller Re-tal forekommer.

På grundlag af de beskrevne forhold er den afprøvede formulering forkastet som udgangspunkt for en beregning af de mulige strømninger i damlagre.

Den anden model der er testet er en velkendt kontrolvolumenmodel baseret på en formulering i primitive variable.

Modellen er en af de mest generelt anvendelige og hyppigst benyttede modeller der eksisterer i dag. Således har denne bl.a. været anvendt med succes til simulering af en lang række turbulente strømninger. Stabilitetsproblemer i den numeriske løsningsprocedure kan forekomme, men ikke i nær samme grad som ved de fleste andre modeller. Ved et valg af denne model synes det derfor sikkert at løsninger af de her relevante strømningssproblemer kan opnås. Modellen er kendt under navnet SIMPLER og er udviklet samt detaljeret beskrevet af Patankar (8). Derfor skal kun to punkter hvorpå modellen er forsøgt forbedret i dette arbejde beskrives her.

Det første punkt omhandler det ofte behandlede problem givet ved en fastlæggelse af gode tilnærmelser af konvektive differentielle led. Dette problem er fælles for både differens- og kontrolvolumenmetoder.

I en differensdiskretisering af konvektive led synes en central differensstilnærmelse, ud fra en Taylor-rækkebetragtning, umiddelbart at være den mest nærliggende at anvende. Herved vil fysisk urealistiske og numerisk ustabile resultater imidlertid beregnes for større værdier af strømningens Pe -tal. En ofte anvendt løsning for dette problem er i stedet at benytte en opstrøms differensstilnærmelse. Herved forsvinder de ovenfor nævnte uacceptable forhold, men tilnærmelsen vil dog især ved mindre Pe -tal være dårlig. Lignende tiltag er foreslået og kan anvendes ved kontrolvolumenmetoder.

En bedre løsning, givet ved den førnævnte hybride diskretisering, er foreslået af Spalding (16). De ligninger der ligger til grund for denne løsning samt en ny og lignende løsning udviklet i nærværende arbejde er angivet i appendiks 4.

Den hybride diskretisering er baseret på en analytisk løsning af en stationær éndimensional transportligning for en vilkårlig skalar. Transporten indeholder et konvektivt og et diffusivt bidrag. Af den analytiske løsning udledes et ligeledes eksakt udtryk for den samlede flux der passerer en skilleflade mellem to fastlagte punkter. Værdien for den transporterede skalar i disse punkter indgår lineært i dette udtryk der endvidere indeholder værdier for problemets hastighed og konstante diffusivitet. I flerdimensionale kontrolvolumenmetoder kan dette fluxudtryk anvendes som en tilnærmelse for den transport der finder sted over de enkelte kontrolvoluminers grænseflader. En tilpasning er mulig så et lignende udtryk også kan benyttes i differensmetoder.

Anvendes et sådant fluxudtryk i en simulering, må nye værdier af fluxen beregnes hver gang en lokal hastighed eller diffusivitet ændres. Den tid hvormed disse forholdsvis enkle, men i stort antal forekommende beregninger kan udføres har derfor en stor indflydelse på den samlede beregningstid.

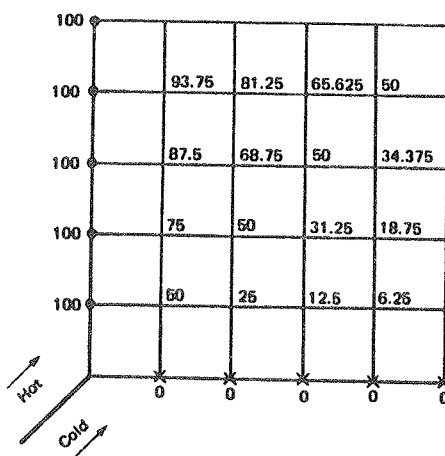
Det beskrevne fluxudtryk indeholder bl.a. en eksponentialfunktion der er meget tidkrævende at beregne. Spalding definerer derfor, i den hybride diskretisering, en tilnærmelse til dette fluxudtryk, der er langt hurtigere at beregne. Endvidere opnås som nævnt en bedre diskret beskrivelse af de faktiske forhold end ved en anvendelse af opstrøms og centrale tilnærmelser for henholdsvis konvektive og diffusive led. Dette forhold fremgår klart af figur 19 der forklares senere i nærværende afsnit.

Et nøgletal i den hybride diskretisering er et lokalt gældende og retningsafhængigt Pe -tal. Den heri indgående karakteristiske længde er defineret ved størrelsen af den lokale net- eller kontrolvolumeninddeling i den givne strømningsretning. I den hybride diskretisering negligeres den diffusive transport for lokale Pe -tal større end 2. Patankar (8) fremhæver dette forhold og definerer samt anbefaler derfor en ny tilnærmelse til det eksakte fluxudtryk. Denne tilnærmelse der er kendt under navnet Power Law diskretisering afviger kun meget lidt fra det eksakte udtryk. Power Law diskretiseringen er dog samtidig væsentlig mere tidkrævende at anvende i en beregning end den hybride diskretisering.

Som før nævnt er det i sig selv en forenkling at anvende et af de beskrevne fluxudtryk i en flerdimensional beregning. Er denne endvidere instationær, indføres herved yderligere en simplificering. Resultatet af disse forenklinger viser sig i form af falsk og numerisk diffusion. Disse to nært beslægtede fænomener behandles ofte under ét, og de to navne bruges i flæng. Derfor skal de to fænomener, der her holdes adskilt, kort defineres. Denne adskillelse synes mest naturlig da løsningsforslag for to problemer ofte er vidt forskellige.

Falsk diffusion opstår kun i flerdimensionale beregninger. Diffusionen forårsages af den i en diskretisering antagede opdeling af den virkelige strømningsretning i de to eller tre akseretninger. Hermed introduceres en fiktiv transport, der i beregningen fremstår som en diffusion omtrent vinkelret på den virkelige strømningsretning.

Et eksempel på falsk diffusion er givet på figur 18, hvor diffusiviteten i den stationære beregning af den transporterede og viste skalar er sat lig nul. De ovenfor beskrevne, eksakte som tilnærmede, fluxudtryk vil herved tilnærme konvektive differentielle led ved en opstrøms tilnærmelse. Denne er derfor anvendt i beregning af de viste værdier.



Figur 18. Falsk diffusion i en stationær todimensional strømning, hvis retning danner en vinkel på 45° med de to akseretninger. Patankar (8).

Størrelsen af den falske diffusion afhænger af den anvendte net- eller kontrolvolumeninddeling samt af vinklen mellem strømmingens retning og

de givne akseretninger. Således vil falsk diffusion ikke forekomme i områder hvor strømningens retning er sammenfaldende med en af de to eller tre akseretninger. En mere detaljeret beskrivelse samt nogle forslag til en løsning af dette generelle problem er givet af Raithby (17, 18).

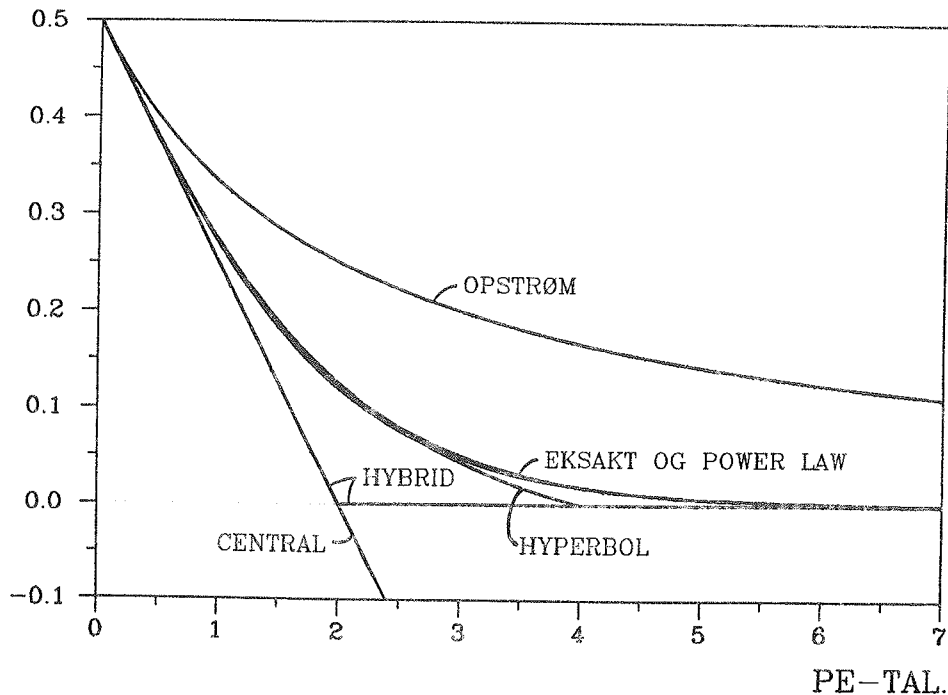
Numerisk diffusion forekommer kun i transiente beregninger og fremkommer ligesom den falske diffusion ved tilnærmelse af konvektive transportbidrag. De ovenfor beskrevne fluxudtryk er bl.a. udledt på grundlag af antagede stationære forhold. En lokal transient ændring vil derfor i en beregning forplante sig for hurtigt i de retninger strømningen er opdelt efter. Numerisk diffusion kan således også forekomme i éndimensionale beregninger. Størrelsen af denne uønskede diffusion afhænger af finheden i den anvendte net- eller kontrolvolumeninddeling samt det benyttede tidsstep. Fænomenet numerisk diffusion er detaljeret behandlet i afsnit 7.2.2, hvor også et løsningsforslag for éndimensionale strømninger er givet.

Som før nævnt er en forholdsvis tidkrævende beregning forbundet med en anvendelse af den af Patankar anbefalede Power Law diskretisering. Set i relation til de ovenfor beskrevne forhold med hensyn til falsk og numerisk diffusion vurderes denne meget præcise tilnærmelse af det eksakte fluxudtryk at være omsonst.

I nærværende arbejde er en ny tilnærmelse defineret og afprøvet. Denne bygger på en hyperbolsk tilnærmelse af det eksakte fluxudtryk og udgør et kompromis mellem de nævnte forhold forbundet med hybrid og Power Law diskretisering. Således er den nye hyperbolske diskretisering fundet væsentligt hurtigere at beregne end Power Law approksimeringen. I en test er forholdet mellem beregningstiderne for en bestemmelse af tilnærmede fluxe ved hybrid, hyperbolsk og Power Law diskretisering fundet til henholdsvis 1, 1.5 og 2.4. Endvidere er den hyperbolske tilnærmelse til det eksakte fluxudtryk langt bedre end den hybride approksimering. Dette forhold fremgår af figur 19 hvor de forskellige diskretiseringer der er omtalt i dette afsnit er sammenlignet. De beregnede og viste skalære værdier i den éndimensionale stationære transport er gældende for en lokalitet midt imellem to punkter. Disse punkter er henholdsvis op- og nedstrøms tildelt værdierne 0 og 1. Den karakteristiske længde i det på abscissen afsatte Pe -tal er defineret som afstanden mellem midterpunktet og de to yderpunkter. På figuren ses endvidere den førnævnte dårlige tilnærmelse samt den mulige beregning af fysisk urealistiske resultater ved anvendelse af henholdsvis opstrøms og centrale approksimationer for konvektive led.

Et forhold der taler til gunst for den hybride og hyperbolske tilnærmelse er at disse for nogle Pe -tal undervurderer den virkelige diffusive transport. Herved kan effekten af den falske og den numeriske diffusion i nogen grad opvejes. Det er dog en dårlig fremgangsmåde at mindske et problems størrelse gennem en undervurdering af en lignende, men anderledes effekt. Falsk og numerisk diffusion bør således behandles som de selvstændige problemer de udgør.

Det andet punkt hvorpå den afprøvede model er forbedret omhandler de ekstra led der forekommer i de beskrivende ligninger som følge af den antagede cylindriske geometri. Den normalt anvendte behandling af disse led, samt deres effekt på den samlede beregning, er omtalt under beskrivelsen af den først afprøvede strømningsmodel. De matematiske udledninger der ligger til grund for denne forbedring er angivet i appendiks 4.



Figur 19. Sammenligning mellem forskellige diskretiseringer og den eksakte løsning for en 1D transport indeholdende et konvektivt og et diffusivt bidrag.

Det eksakte fluxudtryk der ligger til grund for den hybride, den hyperbolske og Power Law diskretisering er baseret på en kartesisk formuleret transportligning. En eksakt løsning af en tilsvarende transport, i en cylindrisk formulering, er mulig. Denne løsning kan omskrives således at de ovenfor beskrevne tilnærmelser til det eksakte og kartesisk formulerede fluxudtryk kan anvendes i en cylindrisk geometri. Herved kan den specielle behandling af de førnævnte ekstra led i den cylindriske formulering undgås. Disse led kan således formuleres fuldt implicit i en løsning med en forøgelse af den samlede beregnings konvergenstid til følge.

Med de beskrevne forbedringer er modellen testet mod den samme og tidligere anvendte naturlige konvektion i en kavitet. Ved underrelaksning af de ved iteration bestemte hastigheds-, temperatur- og trykfelter er stationære løsninger fundet for højere Ra-tal. I et forsøg på at mindske den hertil nødvendige beregningstid er forskellige lineære ligningsløser afprøvet.

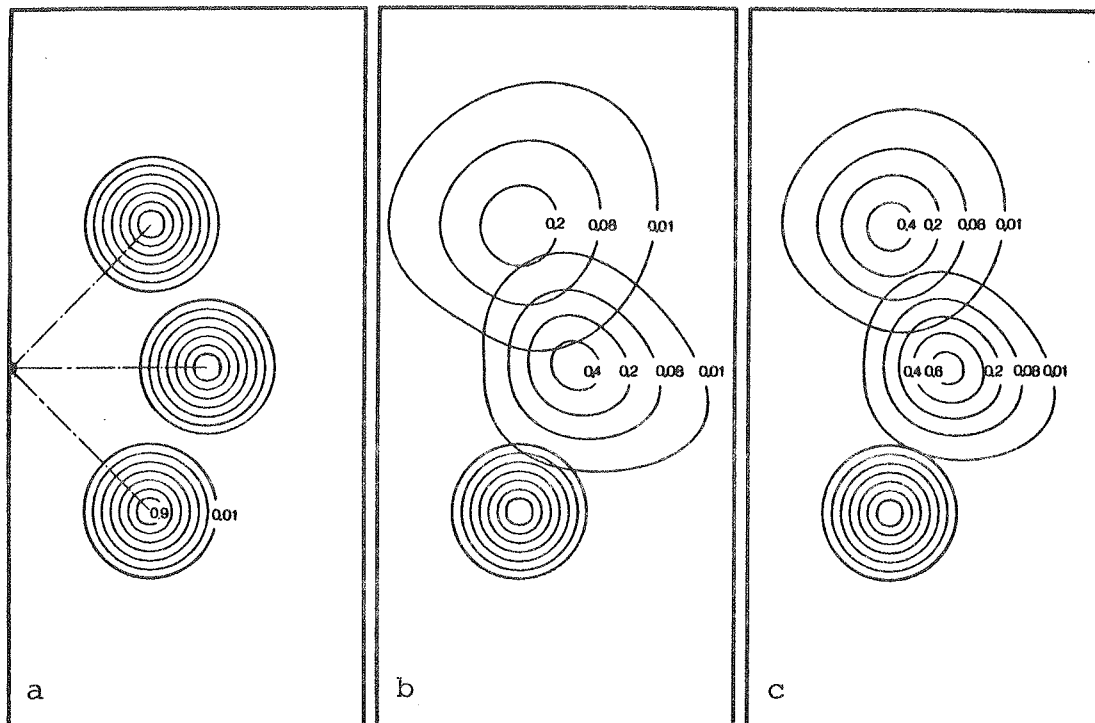
I modellen løses de koblede og ikke-lineære ligningssystemer som altid ved en iterativ proces. Iterationen består af en linearisering, en ligningsløsning efterfulgt af en ny linearisering etc. Denne gentagne ligningsløsning af lineære ligninger frembringes hurtigst ved anvendelse af iterative metoder. En frembringelse af en fuldt konvergeret ligningsløsning i denne indre iteration er mere eller mindre omsonst da løsningen således blot skal bruges i en ny linearisering. Dette forhold bevirker at en anvendelse af den ellers meget effektive ligningsløser udviklet af Stone (1) ikke nødvendigvis fører til en minimering af den samlede beregnings tidsforbrug. Dette skyldes at Stones iterative procedure indeholder en omfattende faktorisering inden den egentlige iteration kan påbegyndes.

To alternative ligningslødere bestående af Gauss-Seidel's punktiteration og Peaceman og Rachford's linjeiteration (ADI) er derfor afprøvet. Sammen med en anvendelse af disse ligningslødere er en optimering af de ovenfor nævnte underrelakseringsfaktorer for det givne testproblem forsøgt. Resultaterne af disse tiltag fandtes at være beskedne. De opnåede beregningstider er med henblik på en løsning af de langt mere komplicerede strømningsforhold uacceptabelt store. En beregning af de mulige strømninger i damlagre forudsætter bl.a. et langt større antal kontrolvoluminer end anvendt ved denne simple test.

De høje beregningstider vurderes især at skyldes en kraftig aktion reaktion mellem det beregnede temperatur- og hastighedsfelt. Denne gensidige påvirkning bevirker at en beregning af naturlige konvektioner generelt er betydelig mere tidkrævende end en simulering af tvungne konvektive strømninger.

Udover lagerstrømningernes store kompleksibilitet er muligheden for store fejlregninger som følge af falsk og numerisk diffusion til stede. Især ved beregning af op- og afladningssituationer vurderes mulighederne herfor at være store. Den eneste løsning til dette problem er en anvendelse af en meget fin diskretisering i tid og sted.

Den drastiske effekt som falsk og numerisk diffusion kan udøve i en simulering fremgår tydeligt af figur 20 a, b og c. Med den beskrevne model er energitransporten i en påtrykt roterende strømning beregnet. Centrum for den mod uret drejende strømning er placeret uendelig langt fra den i modellen indgående symmetriakse. Energitransporten, der herved er beregnet i en kartesisk formulering, er antaget at finde sted ved konvektion alene. Diffusiviteten er således forudsat at være nul. Som startbetingelse for den simulerede drejning på 90 grader er en blødt afrundet symmetrisk pukkel med højden 1 påtrykt. De udtegnede isotermer er valgt således at deres indbyrdes afstand på figur 20 a, der viser startbetingelsen og den eksakte løsning, er konstante. Det viste beregningsområde i figur 20 b og c er endvidere ækvidistant inddelt i henholdsvis 25 gange 50 og 100 gange 50 kontrolvoluminer. Drejningen i disse to inddelinger er endelig beregnet under anvendelse af henholdsvis 50 og 100 lige store tidsskridt.



Figur 20 a, b og c. Falsk og numerisk diffusion i en roterende strømning beregnet i en kartesisk formulering:

- a) Eksakt løsning.
- b) Beregnet ved anvendelse af 50 tidsskridt og 25 gange 50 kontrolvoluminer.
- c) Beregnet ved anvendelse af 100 tidsskridt og 50 gange 100 kontrolvoluminer.

På trods af den anvendte fine diskretisering, både i tid og sted, er de beregnede temperaturer kraftigt influeret af falsk og numerisk diffusion. En præcis beregning af de op- og afladningssituationer der kan forekomme i damlagre forudsætter derfor et meget stort antal kontrolvoluminer. Som følge heraf samt de beregningstider der er opnået ved simulering af den simple kavitetsstrømning vurderes en sådan præcis beregning ikke at være inden for rækkevidde. Det videre arbejde med uforenklede løsninger af Navier Stokes ligninger er derfor ikke fortsat.

7.1.3 Fælles træk ved de bedre strømningsmodeller

Det nærværende arbejde har givet et kendskab til mange forskellige numeriske løsningsprincipper for Navier-Stokes ligninger. Som tidligere nævnt er det ikke muligt at pege på det entydigt bedste løsningsprincip, men nogle fælles træk for de bedre strømningsmodeller er fundet. Kendetegnende for sådanne modeller er typisk deres store almene udbredelse samt det forhold at de har været anvendt til beregning af de mest komplekse strømningsproblemer der er løst i dag. Som afslutning på dette hovedafsnit skal de væsentligste af disse fælles træk kort fremhæves.

Et meget tydeligt fælles træk for de bedre modeller er således deres grundlæggende formulering i primitive variable. Tidligere byggede mange todimensionale modeller på en strømfunktion-vorticity formulering. De

umiddelbart åbenlyse fordele knyttet til denne formulering opvejer dog ikke de tidligere beskrevne ulemper. Endvidere er denne formulering væsentlig mere kompleks i tre dimensioner. Disse to forhold har medført at formulering i primitive variable næsten udelukkende anvendes i nyere modeller.

I forbindelse med differensmetoder har det været forsøgt at opnå mere nøjagtige løsninger gennem anvendelse af højere ordens differencilnærmelser. De væsentligste unøjagtigheder i fluid-dynamiske simuleringer vil ofte opstå som følge af falsk og numerisk diffusion samt i beskrivelsen af randbetingelser. Disse tre forhold forbedres ikke, men forværres snarere ved anvendelse af højere ordens tilnærmelser. Da beregningstiden yderligere forøges herved, opnås det modsatte af den ønskede effekt. De bedre strømningsmodeller er derfor baseret på diskretiseringstilnærmelser der som hovedregel er af første eller anden orden.

Som før nævnt kan et fluid-dynamisk modelarbejde baseres på flere vidt forskellige måder at anskue og angribe de grundlæggende ligninger. En fysisk forståelse af disse udgør et vigtigt element i kontrolvolumenmetoder, hvilket synes at afføde store fordele. Således giver dette generelt en bedre indsigt i de anvendte tilnærmelser og forudsætninger samt deres effekt på den samlede beregning. Endvidere opnås en bedre basis for eventuelle forbedringer og nyudvikling af metoder. Et fint eksempel herpå er det beskrevne arbejde af Spalding der har medført definitionen af den hybride diskretisering. Disse forhold forklarer endvidere at de mest komplekse strømningsproblemer der løses i dag hovedsagelig løses ved anvendelse af kontrolvolumenmetoder.

Med tiden vil en numerisk løsning af fortsat mere og mere komplekse fluid-dynamiske problemer blive mulig. Disse fremskridt vil opnås som et resultat af kommende større og hurtigere computere samt en udvikling af bedre modeller. Som følge af den voksende kompleksitet i de fluid-dynamiske problemer der således vil kunne løses vurderes en fysisk forståelse og indsigt i problemernes løsning at ville spille en stadig større rolle i den fremtidige modeludvikling.

Som før omtalt udgør den nødvendige ortogonale inddeling af et beregningsområde en væsentlig begrænsning ved de velkendte og gennemtestede kontrolvolumenmetoder. En løsning til dette generelle problem synes dog mulig. Således er de første beregninger ved anvendelse af kontrolvolumenmetoder udført i henholdsvis to- og tredimensionale trekant- og tetraedeinddelinger.

På grundlag af de ovenfor nævnte forhold vurderes kontrolvolumenmetoder at ville vinde langt større udbredelse end de har i dag.

7.2 Naturlige konvektioners indflydelse på de termiske forhold i damlagre

I forrige afsnit er en detaljeret og fuldstændig beregning af de strømningsmønstre der kan forekomme i damlagre opgivet. En forholdsvis enkel, men god beskrivelse af den veldefinerede grænselagsstrømning der er vist på figur 15 b er dog mulig. I dette hovedafsnit beskrives en generel damlagermodel der er udviklet i nærværende arbejde, og som inkluderer denne grænselagsstrømning. De øvrige strømningsmønstre på figur 15 er også indeholdt i modellen, omend ved en meget simpel beskrivelse. Med den udviklede model er den veldefinerede grænselagsstrømnings indflydelse på de termiske forhold i damlagre beregnet.

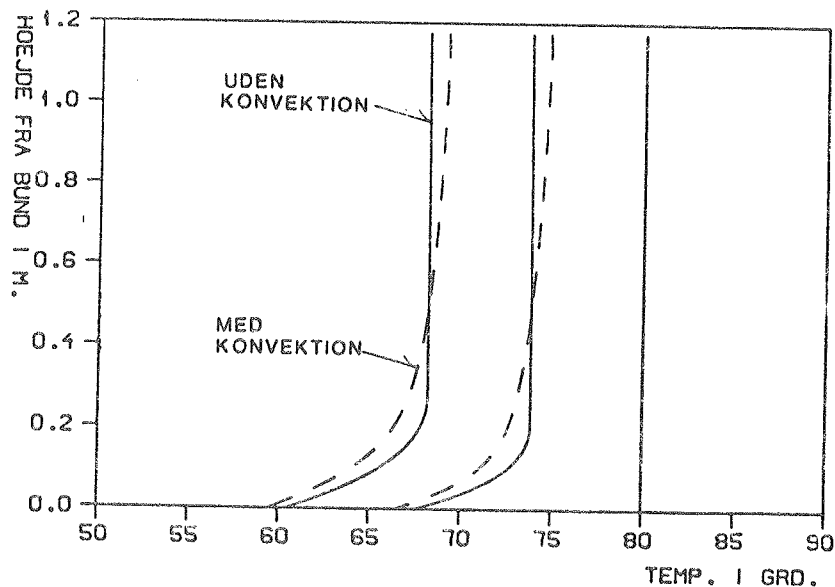
I Laboratoriet for Varmeisoleringss forsøgslager er flere måleserier gennemført og beskrevet af Hansen, Hansen og Ussing (30). Således er bl.a. lagerets temperaturer i flere vandrette og lodrette snit fastlagt. Ingen af disse målinger har dog omfattet punkter beliggende i de vægnære områder af lageret.

Under afkølingsforløb, hvor vandmassen i forsøgslageret ikke udefra er påtrykt nogen konvektive bevægelser, er en dannelse af vandrette stratifikationer ikke observeret. Forsøgslageret er uisolaret mod den omliggende jord. Da varmeledningsevnerne for denne jord og lagermediet ydermere er af samme størrelsesorden, ville en sådan vandret stratifikation fremkomme i fravær af konvektive bevægelser.

Under de samme afkølingsforløb er dannelsen af en lodret stratifikation observeret. Hvor meget af denne der skyldes en konvektiv bevægelse eller en større afkøling af de bundnære vandmasser, er dog ikke muligt at fastlægge.

En veldefineret grænselagsstrømning vil forekomme i et damlager i de perioder hvor dette afgiver varme gennem siden til den omliggende jord. En sådan strømning vil derfor finde sted i langt den største del af en driftsperiode. På dette grundlag vurderes denne veldefinerede, naturlige konvektion, bortset fra op- og afladningsforløb, at være det strømningsmønster der påvirker termiske forhold i damlagre mest.

Idet vandmasser ved lagerets sider køles og under påvirkning af opdriftskræfter strømmer mod bunden, dannes eller forstærkes en eksisterende lodret stratifikation. Ved varmeledning i den stratificerede vandmasse vil en modsatrettet energitransport finde sted. Under et afkølingsforløb kan en kvasistationærlignende balance mellem disse to transportmekanismer derfor opstå. En sådan balance er fundet af Berg (19) i en undersøgelse af de konvektive bevægelseres betydning for de termiske forhold i mindre velisolerede brugsvandsbeholdere. På figur 21 ses temperaturprofiler for en 150 l stor brugsvandsbeholder beregnet med og uden hensyntagen til den konvektive transport.



Figur 21. Temperaturprofiler i brugsvandslager beregnet med og uden konvektion. Profilerne er gældende efter 0, 12 og 24 timers afkøling. Berg (19).

Ved medregning af den konvektive transport er grænsestrømmen i starten af afkølingsforløbet og tæt på bunden fundet at være nær et laminært/turbulent omslag. På samme tidspunkt og sted er en volumenstrøm i grænselaget på ca. 7 l/min beregnet. I disse beregninger er den hurtigt opbyggede stratifikation endvidere fundet at have en stærkt bremsende effekt på grænselagsstrømmens intensitet. Denne effekt samt det forhold at hele lagerets volumen i løbet af få timer gennemstrømmer grænselaget medfører den beskedne forskel mellem de beregnede temperaturprofiler på figur 21.

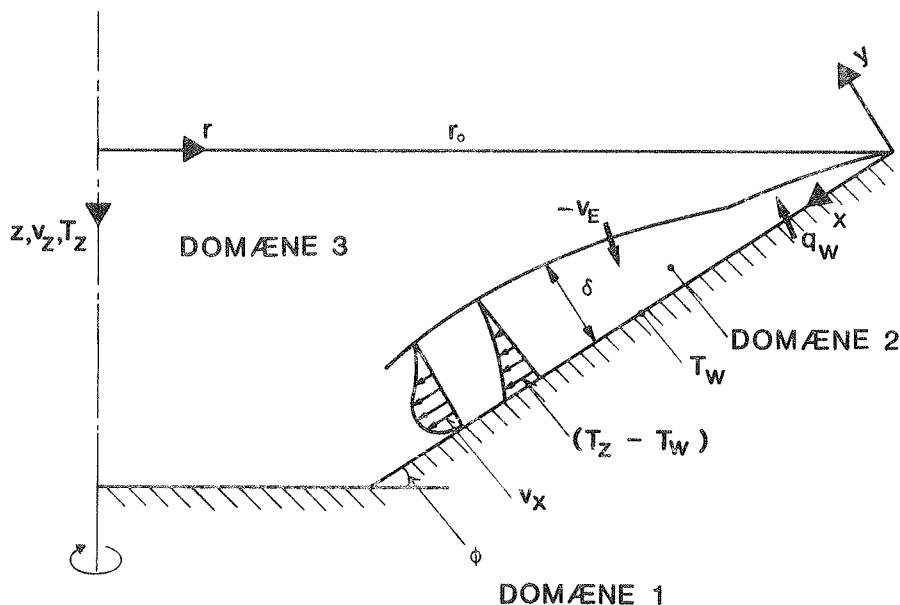
En sådan hurtig gennemstrømning vil ikke finde sted i et damlager. Dette skyldes at forholdet mellem vandmassens volumen og det af grænselaget bestrøgne sideareal er langt større i et damlager. De konvektive bevægelser i et damlager kan derfor meget vel få større betydning på de termiske forhold end fundet i det refererede arbejde.

I den udviklede damlagermodel er et forkendskab til den veldefinerede grænselagsstrømnings form og udbredelse udnyttet. Således er det samlede strømningsområde opdelt i to domæner i hvilke meget forenklede, men samtidig tilfredsstillende fluid-dynamiske og termiske beskrivelser er mulige. De to beregningsområder består af et grænselagsdomæne og den resterende del af damlagerets vandvolumen. Jorden omkring lageret udgør et tredje beregningsområde. For hvert af de tre domæner er en delmodel opstillet.

I den ovenfor refererede undersøgelse af Berg fandtes især en beregning af grænselagsstrømningen at være meget tidkrævende. Derfor er en enkel og hurtigregnende delmodel for grænselagsdomænet tilstræbt. Dette forhold samt de ovenfor nævnte forenklinger har gennem en sammenkobling af de tre delmodeller muliggjort langtids-simuleringer af damlagre.

7.2.1 Model for veldefinerede grænselagsstrømninger i damlagre

Modellen for grænselagsdomænet er opstillet med udgangspunkt i Prandtl's grænselagsforenklinger, formuleret i det x - y koordinatsystem der er vist på figur 22. De matematiske udledninger der ligger til grund for modellen og som er nævnt i dette afsnit er angivet i appendiks 5. Idet grænselagstykkelserne er ubetydelig i forhold til lagersidens længde, er lagersets kontraherende areal kun medregnet i grænselagets hovedstrømsretning. Den drivende opdriftskraft er udtrykt ved Boussinesq's approksimation. I modellen, der inkluderer både laminære og turbulente forhold, forudsættes strømmingen endvidere at være kvasistationær i forhold til den resterende del af beregningsområdet. Endelig er den viskose friktion mellem grænselaget og strømmingen i området uden for dette negligeret.



Figur 22. Opdeling af det samlede beregningsområde i tre domæner.

De grundlæggende ligninger er integreret på tværs af grænselaget, idet det konvektive og det termiske grænselag er antaget at være sammenfaldende. Denne antagelse vurderes at være rimelig for Pr -tal af en størrelsesorden på 1 og derunder. De oprindelige 3 partielle differential-ligninger erstattes ved integrationerne af 3 ordinære differential-integralligninger.

Gennem tiden er mange undersøgelser udført med det formål at fastlægge varmeovergangstal for en naturlig konvektion. I sådanne undersøgelser anvender Squire (20) samt Eckert og Jackson (21) polynomiale tilnærmelser for hastigheds- og temperaturprofiler i henholdsvis laminære og turbulente grænselagsstrømninger.

Under anvendelse af disse profiler er de dannede integraler i de integrerede ligninger udregnet. Det er her nødvendigt at holde det laminære og det turbulente tilfælde adskilt. Herved fremkommer tre ligninger for hver af de to tilfælde. For at opnå et samstemmende antal

ubekendte og ligninger må nogle få led viderebehandles. Disse led omhandler væskefriktionen ved væggen samt medrivningshastigheden ved overgangen mellem grænselaget og lagermediet uden for dette.

Det antagede laminære hastighedsprofil giver if. Squire en god beskrivelse af de konvektive forhold ved væggen. Den laminære vægfriktion er derfor udtrykt ved gradienten af dette profil ved væggen.

Det tilsvarende turbulente profil tilnærmer kun det meget tynde og laminære viskose sublag dårligt. Eckert og Jackson korrigerer og benytter derfor et semiempirisk udtryk for den tilsvarende vægfriktion i en tvungen turbulent grænselagsstrømning. På dette grundlag beregner Eckert og Jackson Nusselts tal for en naturlig konvektion der stemmer fint overens med andre lignende undersøgelser. Derfor er det samme korrigerede friktionsudtryk anvendt i den her udviklede model.

Pedersen (22) har defineret et udtryk for medrivningshastigheden i en strømning drevet af opdriftskræfter. Dette udtryk indeholder ingen afhængighed af en eventuel lodret stratifikation uden for grænselaget. Således vil en medrivningshastighed der er udregnet efter dette udtryk altid være rettet ind i grænselagsstrømningen med en kontinuert voksende massetransport i denne til følge.

I det før refererede arbejde af Berg er en sådan stratifikation fundet at have en overordentlig stor indflydelse på en grænselagsstrømnings intensitet. Således er en meget kraftig reduktion af en veludviklet grænselagsstrømning ved mødet mellem denne og en begyndende stratificering beregnet. Under en sådan reduktion er medrivningshastigheden rettet væk fra grænselaget og ud i det omliggende medie. I en anden beregning udført i det samme arbejde er en konstant stratifikation og temperatur-differens mellem væg og området uden for grænselaget påtrykt. Under disse betingelser er en grænselagsstrømning, der efter en kortere strækning bliver stationær med hensyn til strømningens videre forløb, fundet. I dette videre forløb er værdien af medrivningshastigheden nul.

Forudsættes en plan grænselagsstrømning samt en fastholdt energiflux ved væggen, kan eksistensen af en tilsvarende stedstationær løsning direkte påvises af de to integrerede energiligninger. Dannelsen af sådanne stedsstationære grænselagsstrømninger, der er de eneste fysisk realistiske løsninger under de nævnte betingelser, er et udtryk for en opnået balance. Denne balance består i en lighed mellem den hastighed hvormed en afkøling af et givet grænselagsvolumen finder sted og den hastighed hvorved dette herved kan flyttes ned gennem det stratificerede medie.

Af de ovenfor beskrevne forhold fremgår det at tilstedeværelsen af en lodret stratifikation kan have en altafgørende indflydelse på retningen og størrelsen af medrivningshastigheden i en naturlig konvektion. Derfor er to nye udtryk for medrivningshastigheden gældende for henholdsvis laminære og turbulente forhold udledt.

Da stratifikationen i mediet uden for grænselaget kun indgår i de to energiligninger, er de nye udtryk udledt med udgangspunkt i disse ligninger. Det er endvidere ønskeligt at medrivningshastigheden er udtrykt som en funktion af de parametre der direkte udtrykker grænselagsstrømningens intensitet. Derfor er de led der indeholder energifluxen ved og vinkelret på væggen omskrevet.

Det antagede laminære temperaturprofil giver if. Squire en god beskrivelse af de termiske forhold ved væggen. Derfor er energifluxen udtrykt ved gradienten af dette profil under laminære strømningsforhold. Det tilsvarende turbulente temperaturprofil giver en dårlig termisk beskrivelse i det vægnære viskose sublag. Eckert og Jackson relaterer derfor den hertil hørende energiflux til den turbulente strømnings vægfriktion under anvendelse af Colburns analogi. Den samme analogi er antaget også at gælde for de her aktuelle grænselagsstrømninger. Herefter er et under laminære og et under turbulente forhold gældende udtryk for medrivningshastigheden udledes.

De to udledte udtryk forenkles væsentligt hvis grænselagsstrømningen dannes som følge af en konstant temperaturdifferens mellem væg og området uden for grænselaget. Squire samt Eckert og Jackson bestemmer, under forudsætning af en sådan fastholdt temperaturdifferens, to meget enkle sæt af analytiske løsninger til de integrerede grænselagsligninger. Således findes både tykkelsen af grænselaget og middelhastigheden i dette at være proportionale med grænselagets længde opløftet i givne eksponenter. Disse løsninger forudsætter et ustratificeret medie og gælder for naturlige konvektioner langs plane flader. Antages i stedet for den fastholdte temperaturdifferens en konstant energiflux ved væggen, kan eksistensen af to sæt tilsvarende løsninger påvises. Disse løsninger, der ligeledes omfatter både laminære og turbulente forhold, indeholder yderligere en relation mellem grænselagets middeltemperatur og dets længde.

Som følge af den enkle form de fire nævnte sæt af løsninger er givet på kan disse anvendes i en sammenligning af de til løsningerne hørende udtryk for medrivningshastighederne. I en sådan sammenligning er afvigelserne mellem de udtryk der gælder for henholdsvis en fastholdt temperaturdifferens og en konstant energiflux fundet at være beskeden. Dette forhold gælder såvel for laminære som for turbulente grænselagsstrømninger.

Disse afvigelser vurderes endvidere at være langt mindre end de usikkerheder der i helhed er knyttet til denne integralformulering.

De udledte generelle udtryk for medrivningshastigheden indeholder den aktuelle stratifikation. For blot små værdier af denne udgør stratifikationen langt den væsentligste parameter i en beregning af medrivningshastighedens størrelse. På grundlag af de ovenfor beskrevne forhold er de to generelle relationer for medrivningshastigheden forenklet. Således er temperaturdifferensen mellem væggen og området uden for grænselaget antaget at være konstant i den generelle beregning af medrivningshastigheden.

De to ligninger der er fremkommet ved integration af momentumligningen udgør hver især en balance mellem drivende opdriftskræfter, viskose friktionskræfter og bevægelsesmængdeændringer. I de ovenfor beskrevne stedsstationære grænselagsstrømninger, fremkaldt af en konstant stratifikation, er bevægelsesmængdeændringen nul. På grundlag af dette forhold vurderes en negligering af bevægelsesmængdeændringen at have størst betydning på opvoksende grænselagsstrømninger i ustratificerede omgivelser.

De fire før omtalte sæt af analytiske løsninger forudsætter bl.a. et sådant ustratificeret medie. Under anvendelse af disse løsninger kan de hertil hørende forhold mellem bevægelsesmængdeændringer og vægfriktioner

beregnes. Som følge af den form de fire sæt af løsninger er givet på er disse forhold uafhængige af grænselagets længderetning. Forholdene afhænger i alle fire tilfælde således udelukkende af det strømmende medies Pr -tal. Ved anvendelse af disse forhold kan de medfølgende forøgelse af grænselagsstrømmens volumen- og energitransport ved en negligering af bevægelsesmængdeændringer bestemmes analytisk. For en fastholdt energiflux ved væggen og et typisk Pr -tal på 3 udgør disse forøgelse 2 og 24% for henholdsvis laminære og turbulente strømningsforhold. For en konstant temperaturdifferens mellem væg og området uden for grænselaget udgør de tilsvarende forøgelse 7 og 31%.

De afvigelser der således kan forekomme ved en negligering af bevægelsesmængdeændringer vurderes at være acceptable sammenholdt med den nøjagtighed der som helhed kan forventes ved anvendelse af denne integralformulering. Det skal endvidere erindres at afvigelser der er mindre end de ovenfor nævnte vil forekomme i nærværelse af blot en beskeden stratifikation. Da en negligering af bevægelsesmængdeændringen ydermere udgør en væsentlig forenkling af de beskrivende ligninger, er denne disposition valgt.

De to sæt af ligninger der beskriver den laminære og den turbulente grænselagsstrømning består således hver af to forholdsvis enkle ordinære differentialligninger samt en algebraisk ligning. En yderligere forenkling af denne integralformulering synes ikke at være mulig.

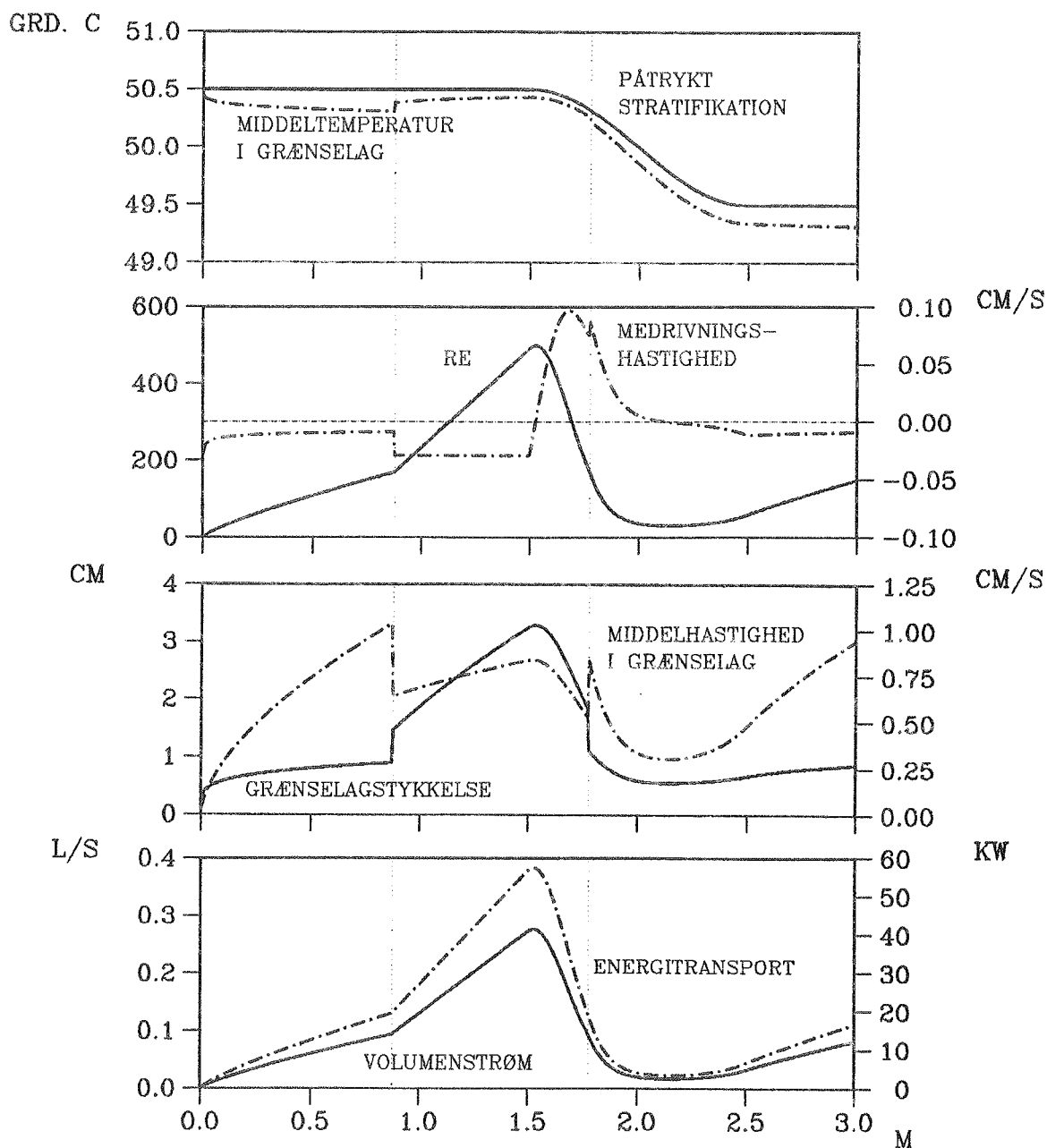
I en naturlig konvektion i et stratificeret medie kan et omslag fra laminære til turbulente forhold ikke fastlægges ved strømmingens Ra -tal. En sådan ændring af strømmingens karakter kan, omend med nogen usikkerhed, bestemmes ud fra et til grænselaget knyttet Re -tal. Herman (23) angiver værdien af et sådant Re -tal der er defineret ved grænselagets tykkelse samt den maksimale hastighed i dette. Dette omslagskriterium kan under anvendelse af det valgte laminære hastighedsprofil udtrykkes ved grænselagsstrømmingens middelhastighed. Herved får det af Herman angivne Re -tal værdien 170. Ved denne værdi, der ligeledes er antaget at foreskrive grænsen fra turbulente til laminære forhold, forudsættes omslaget at foregå momentant.

I den numeriske løsning af de integrerede og forenklede grænselagsligninger repræsenteres et sådant omslag ved et skift mellem de to sæt af beskrivende ligninger. Da dette skift ikke må indebære en ændring i grænselagsstrømmingens volumen- og energitransport, korrigeres de parametre der udgør løsningen ved hvert forekommende omslag.

Den numeriske løsning frembringes ved anvendelse af en 2. ordens predikter-korrekttermetode der er defineret af Stetter (24). Sammenlignet med lignende metoder udmærker denne sig ved at indeholde et stort stabilitetsinterval med absolut stabilitet. Herved kan en løsning beregnes ved anvendelse af relativt store steplængder uden fremkomst af instabile resultater. De afvigelser der fremkommer i en sådan løsning og som er knyttet til den numeriske metode alene vurderes at være langt mindre end de usikkerheder der forventes ved løsningen som helhed. Derfor kan det store stabilitetsinterval udnyttes i en effektiv og hurtig frembringelse af en løsning med en acceptabel nøjagtighed.

På figur 23 er et eksempel på en løsning af de to sæt af ligninger vist. Løsningen er gældende for en lodret plan flade der er omgivet af vand ved ca. 50°C og afkølet med en konstant effekt på 100 W/m^2 . På en mindre strækning ved den nederste del af pladen er en beskeden stratifika-

tion påtrykt. De to omslag mellem laminære og turbulente forhold, der er indeholdt i løsningen, er svagt markeret med punkterede linjer. De viste volumen- og energistrømme i grænselaget er beregnet ved en pladebredde på 1 m.



Figur 23. Eksempel på integralløsning af en laminar og turbulent naturlig konvektion langs en plan, lodret flade.

Det viste momentane omslag fra laminære til turbulente forhold i den ustratificerede del af strømmingen er beregnet at finde sted ved et Ra-tal på $8 \cdot 10^9$. Som hovedregel forudsiges en sådan ændring af strømmingens karakter at finde sted inden for et interval af Ra-tallet fra 10^8 til 10^{10} . Det fundne omslag er således beregnet at finde sted med en mindre forsinkelse, dog inden for det nævnte interval.

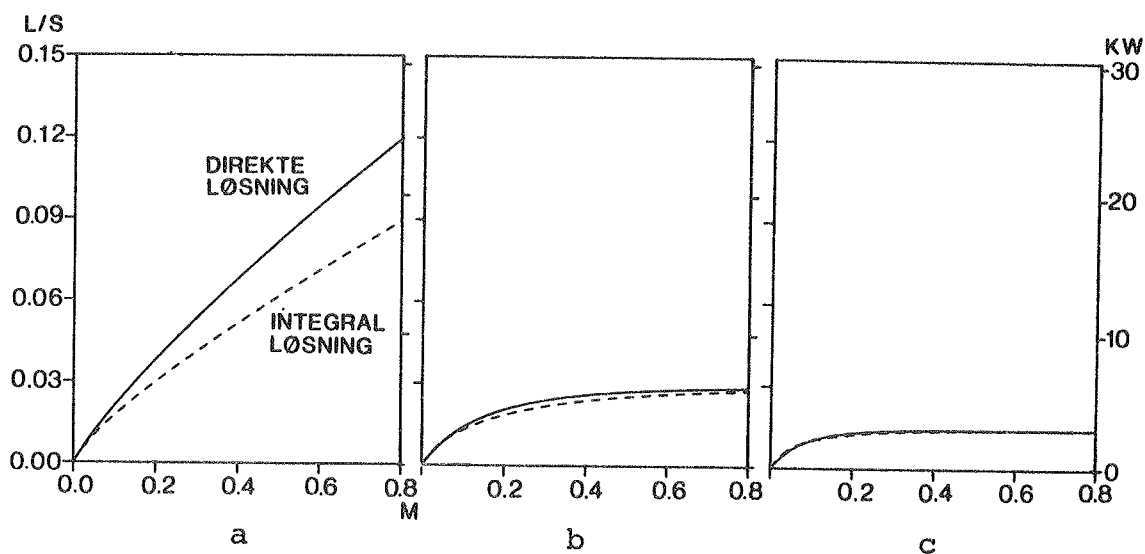
Ved det ovenfor nævnte omslag indeholder løsningen endvidere en forøgelse eller et fald i grænselagsstrømningens middeltemperatur, tykkelse og middelhastighed. De samme ændringer kan tilsvarende, dog over en vis strækning, observeres for virkelige naturlige konvektive forhold.

På figuren ses endelig en kraftig reduktion eller nedbrydning af grænselagsstrømningen ved mødet mellem denne og den beskedne påtrykte stratifikation. Volumen- og energitransporten i grænselaget reduceres herved med en faktor 16, og strømmingen antager, over en kortere strækning, en næsten stedstationær tilstand.

En verificering af den her udviklede integralløsning er vanskelig. Dette forhold skyldes blandt andet at publicerede målinger eller beregninger ikke er fundet tilgængelige. En del af det sammenligningsgrundlag vurderingen af integralløsningen er baseret på er derfor produceret i nærværende arbejde ved anvendelse af en anden numerisk metode.

Carnahan, Luther og Wilkes (25) angiver en enkel differensmetode til en direkte løsning af Prandtls grænselagsforenklinger for en laminar naturlig konvektion. Resultater beregnet med denne metode og under anvendelse af en fin netinddeling udgør en meget nøjagtig løsning af Prandtls grænselagsforenklinger. Dette forhold er indset ved en sammenligning mellem sådanne beregnede resultater og tilsvarende målinger udført i ustratificerede omgivelser beskrevet af Schlichting (26).

Med den af Carnahan, Luther og Wilkes angivne metode er tre hastigheds- og temperaturfelter beregnet og sammenholdt med tilsvarende løsninger af integralformuleringen. Den første beregning forudsætter de samme betingelser og forhold som den første laminære del af den tidligere viste strømning på figur 23. I de to resterende beregninger er stratifikationer i området uden for grænselaget på henholdsvis 0.125 og 0.25 °C/m tilføjet. På figur 24 a, b og c er de beregnede volumen- og energistrømme vist.



Figur 24 a, b og c. Volumen- og energistrømme i grænselag beregnet ved anvendelse af to numeriske modeller. Resultaterne på figurerne a, b og c er beregnet ved påtrykte stratifikationer uden for grænselaget på henholdsvis 0 , 0.125 og 0.25 °C/m.

Idet strømningernes Pr -tal er større end 1, vil det konvektive grænselag have en større udbredelse end det termiske grænselag. I integralløsningen forudsættes disse grænselag at være sammenfaldende. En sådan sammenpresning af det konvektive grænselag giver en forøgelse af hastighedsgradienten ved væggen. Denne effekt, der medfører en større viskos vægfriction, vurderes at give de mindre volumen- og energistrømme der er beregnet ved anvendelse af integralformuleringen.

De beregninger der forudsætter en påtrykt stratifikation uden for grænselaget stemmer fint overens. En tilstedeværende stratifikation vil specielt virke bremsende på de lodrette bevægelser der ligger uden for det termiske grænselag. Således vil disse lodrette hastigheder medføre temperaturer der giver en modsat bevægelse rettet opdrift. Herved vil afvigelsen mellem det termiske og det konvektive grænselags udbredelse være langt mindre, sammenholdt med en strømning i et ustratificeret medie.

Et andet forhold har også del i den gode overensstemmelse der ses på figur 24 b og c. Således kan volumenstrømmen i en plan og fuldt udviklet stedstationær grænselagsstrømning, der er fremkaldt ved en konstant energiflux ved væggen, udtrykkes ved en meget enkel relation. Denne relation kan udledes af den til integralformuleringen hørende integrerede energiligning alene. Herved bliver volumenstrømmen kun afhængig af det strømmende medies densitet og varmekapacitet samt den påtrykte stratifikation og afkøling ved væggen. Denne enkle sammenhæng er den eneste fysisk realistiske for en sådan naturlig konvektion. Således ville fx en sammenhæng mellem den aktuelle volumenstrøm og viskose kræfter, grænselagstykkelse m.m. ikke være realistisk under de antagede forudsætninger. Den samme enkle relation for volumenstrømmen vil endvidere kunne udledes uanset de hastigheds- og temperaturprofiler der antages og benyttes i integralformuleringen.

Som følge af de ovenfor forklarede forhold er de viste volumenstrømmes opvoksen og videre forløb i det påtrykte stratificerede medie beregnet med stor nøjagtighed i integralløsningerne.

I beregningen af energistrømmen der ligeledes er vist på figur 24 udgør volumenstrømmen samt den påtrykte temperatur uden for grænselaget de altdominerende led. Derfor beregnes også energistrømmens opvoksen og videre forløb i det stratificerede medie med en stor nøjagtighed.

Ved sammenholdelse af figur 24 a, b og c ses endelig den store bremsende effekt som en stratifikation udøver på en naturlig konvektion.

En lignende verificering af integralløsningen, under turbulente forhold, er ikke mulig. Numeriske modeller for turbulente strømninger svarende til Carnahan, Luther og Wilkes's laminære formulering eksisterer. Et brugbart sammenligningsgrundlag kan dog ikke produceres ved anvendelse af disse modeller, da resultater heraf vurderes ikke at have den tilstrækkelige nøjagtighed.

Det eneste brugbare verificeringsgrundlag der er fundet tilgængeligt, og som kan sammenlignes med beregnede volumen- og energistrømme under turbulente forhold, er publiceret af Cheesewright (27). Dette arbejde indeholder en samling målte og samstemmende hastigheds- og temperaturprofiler i turbulente, naturlige konvektioner. Alle målinger er udført i et lodret ustratificeret medie bestående af luft. Konvektionerne er fremkaldt af en fastholdt temperaturdifferens mellem væg og område uden for grænselaget.

En beregning af sådanne konvektive forhold forudsætter en mindre omskrivning af integralformuleringen. Således må de led der indeholder energifluxen ved væggen omskrives. Dette forhold kan imødekommes ved anvendelse af de relationer for energifluxen der tidligere er benyttet i udviklingen af de to udtryk for medrivningshastigheden.

I en sammenligning af energi- og volumenstrømme, der er bestemt på grundlag af de ovenfor beskrevne målinger og en hertil svarende beregning, er kun en mindre afvigelse fundet. De beregnede resultater er således ca. 5% større end de målte værdier.

De beregnede resultater er fundet ved et Pr -tal på 0.73. Negligeringen af bevægelsesmængdeændringen i integralformuleringen burde, ved dette Pr -tal, medføre større afvigelser. Det benyttede kriterium for grænsen mellem laminare og turbulente forhold giver som tidligere beskrevet et lidt forsinket omslag. Da sammenligningen er udført ved et forholdsvis lavt Ra -tal, kan dette forhold være årsagen til at de negligerede bevægelsesændringer ikke giver en større afvigelse.

I den turbulente del af integralformuleringen vurderes forholdsvis store usikkerheder at være knyttet til de relationer der er anvendt for den viskose friktion ved væggen og energistrømmen over denne. Tages yderligere dette forhold i betragtning, er den fundne gode overensstemmelse mellem de målte og beregnede værdier antagelig en tilfældighed. En større afvigelse kunne accepteres på grundlag af de nævnte usikkerheder.

Som før beskrevet er meget nøjagtige løsninger for den laminære del af integralformuleringen fundet i nærværelse af lodrette stratifikationer. De forklarede omstændigheder der medfører disse nøjagtige løsninger er også gyldige under turbulente forhold. Lignende præcise beregninger vurderes derfor også at være opnåelige i tilsvarende stratificerede og turbulente naturlige konvektioner.

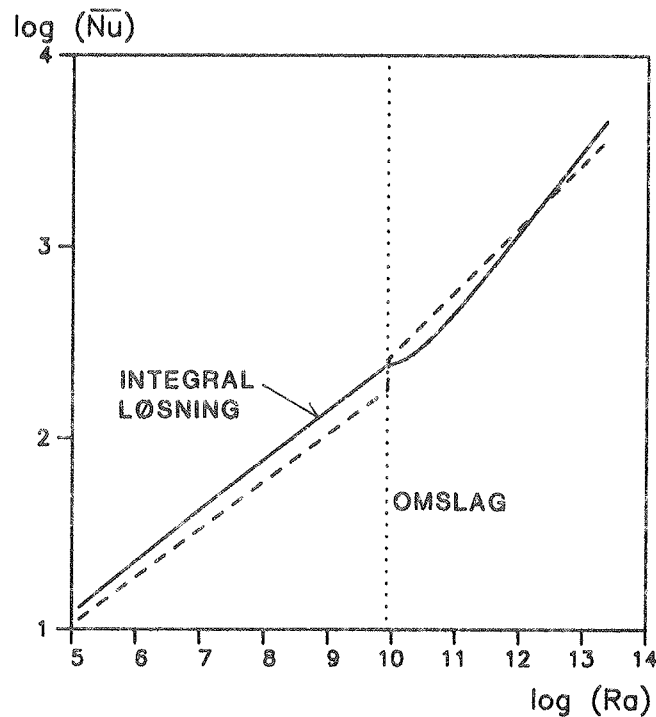
En sådan konvektion vil dog som følge af en stratifikations bremsende effekt på strømmingens intensitet forekomme sjældent i et damlager. Dette forhold kan vises ved anvendelse af den tidligere beskrevne enkle relation for volumenstrømmen i en stedstationær konvektion. Af denne relation kan en sammenhæng mellem strømmingens Re -tal, den påtrykte stratifikation og afkøling ved væggen beregnes.

Afkølingen gennem et lagers side vil under de fleste forhold være af en størrelsesorden på 10 W/m^2 . Ved en sådan afkøling kan turbulente stabile grænselagsstrømninger i en typisk lagergeometri kun opretholdes ved lodrette stratifikationer mindre end ca. $0.05 \text{ }^\circ\text{C/m}$.

På dette grundlag kan næsten udelukkende laminære grænselagsstrømninger forudsiges i damlagre hvis drift kontrolleres så et stratificeret lagermedie tilstræbes.

En anden mulig vurdering af integralformuleringen kan baseres på en sammenligning af Nusselt-tal. Mange forskellige semi-empiriske relationer for denne dimensionsløse størrelse eksisterer. Sparrow og Gregg (28) samt Churchill og Chu (29) angiver sådanne relationer gældende for henholdsvis laminære og turbulente naturlige konvektioner langs lodrette plane flader. Disse relationer, der udtrykker en ustratificeret strømnings midlede Nusselt-tal, forudsætter endvidere en fastholdt energiflux og et Pr -tal på 3.

På figur 25 ses Nusselt-tal beregnet under anvendelse af integralløsningen og de nævnte relationer.



Figur 25. Midlede Nusselt-tal gældende under laminære og turbulente forhold. Værdierne er beregnet ved anvendelse af integralformuleringen samt to semiempiriske relationer.

Den sammenligningsform der er anvendt på figuren benyttes ofte i vurderinger af forskellige relationer for Nusselt-tal. På grundlag af de afvigelser der hyppigt findes i sådanne sammenligninger vurderes den her fundne overensstemmelse at være tilfredsstillende.

Sammenholdes alle resultaterne af de beskrevne sammenligninger og verificeringer, vurderes en god bestemmelse af veldefinerede naturlige konvektioner i damlagre at være mulig ved anvendelse af den her udviklede model.

7.2.2 Model for et damlager

De termiske og konvektive forhold i et damlager vil på flere punkter påvirkes af en grænselagsstrømning som den der er behandlet i forrige afsnit. Er denne strømning ikke stedsstationær, vil en volumen- og energitransport finde sted over grænsen mellem grænselaget og lagermediet uden for dette. Volumenstrømmen i grænselaget vil endvidere under alle forhold fremkalde en tilsvarende, men modsatrettet transport af energi og masse i den resterende del af lageret. Ved op- og afladning af et damlager vil en lignende transport finde sted.

Under hensyntagen til disse forhold er en generel kontrolvolumenmodel for et damlager udviklet. De ligninger der ligger til grund for modellen er angivet i appendiks 6.

I modellen for grænselagsstrømningen er denne forudsat at være kvasistationær. De vandmasser der er indeholdt i grænselagsdomænet er således ikke tildelt nogen lagringskapacitet. Da grænselagets udbredelse endvidere er ubetydelig sammenlignet med lagerets dimensioner, er den nærværende model antaget at omfatte det totale lagervolumen.

Som før nævnt er flere måleserier i Laboratoriet for Varmeisoleringssforsøgslager udført og beskrevet af Hansen, Hansen og Ussing (30, 31). De termiske forhold i forsøgslageret er således fastlagt under forskellige betingelser. Disse betingelser omfatter de tidligere beskrevne afkølingsforløb. Endvidere er op- og afladningsforløb, hvorunder et lodret stratificeret lagermedie har været påtrykt en tvungen konvektion, observeret. I disse målingsserier, der dog ikke har omfattet grænselagsdomænet, er kun ubetydelige vandrette stratifikationer fundet.

På dette grundlag må alle lodrette hastighedskomponenter i samme vandrette tværsnit og uden for grænselagsområdet være ens i nærværelse af en lodret stratifikation. Af samme årsag må størrelsen af de tilsvarende absolutte hastigheder være voksende fra lagerets midte og ud på de skrå sider i dette. I en sådan strømning er de altdominerende kræfter givet ved opdrift alene.

I en tilsvarende, men lodret ustratificeret lagerstrømning vil inertie og viskøse kræfter være dominerende. Hastighedsfordelinger der er vidt forskellige fra de ovenfor beskrevne vil forekomme. De termiske forhold i lageret vil dog ikke ændres under sådanne ustratificerede strømningers forløb.

Idet det udelukkende er de termiske tilstande i damlagre der ønskes beskrevet i nærværende model, er de ovenfor forklarede forhold udnyttet. Således er lagervolumenet inddelt i vandret liggende kontrolvolumener der spænder over hele lagerets tværsnit. Under et afkølingsforløb er den konvektive massetransport over de enkelte kontrolvolumengrænser herved fastlagt ved en løsning af grænselagsstrømningen alene. Under et op- og afladningsforløb er alle volumenstrømme på tværs af vandrette snit ligeledes kendt. Den nærværende model består derfor kun af en energibalace indeholdende et konvektivt og et diffusivt bidrag samt en kobling til grænselagsdomænet.

På grundlag af den ovenfor nævnte lodrette hastighedskomponent og den aktuelle hertil hørende diameter i samme vandrette tværsnit af lageret kan et Re -tal defineres. Relateres den lodretgående bevægelse til en rørstrømning, kan et omslag fra laminære til turbulente forhold forventes ved et Re -tal på ca. 2000. Som følge af damlagerets store dimensioner, kontraherende tværsnitsareal m.m. skal dette kriterium tages med et meget stort forbehold. Det store strømningstværsnit medfører endvidere at et eventuelt henfald fra turbulente til laminære forhold vil forløbe over en større strækning.

Under et afkølingsforløb vil volumenstrømmen i grænselaget som før nævnt fremkalde en volumentransport af samme størrelse i den resterende del af lageret. Derfor eksisterer en relation mellem det ovenfor definerede Re -tal og det i forrige afsnit definerede Re -tal for grænselagsstrømningen. Under et afkølingsforløb vil det førstnævnte Re -tal således være 4 gange større end grænselagsstrømningens Re -tal.

I nærværelse af en lodret stratifikation vil de to sammenhørende strømninger reduceres kraftigt. Som beskrevet i afsnit 7.2.1 eksisterer

yderligere en meget enkel relation mellem en stedsstationær grænselagsstrømnings Re -tal og den aktuelle afkøling ved et lagers side. Denne afkøling vil under de fleste forhold være af en størrelsesorden på 10 W/m^2 . På grundlag af denne værdi samt de to ovenfor nævnte relationer kan en stabil turbulent strømning uden for grænselaget kun eksistere for lodrette stratifikationer mindre end $0.015 \text{ }^\circ\text{C/m}$. Trods det noget usikre laminære turbulente omslagskriterie for området uden for grænselaget vurderes laminære strømninger således at kunne forudsiges ved tilstedeværelsen af selv beskedne stratifikationer.

Under op- og afladninger af damlagre vil de påtrykte konvektive strømninger i de fleste tilfælde medføre Re -tal der er langt mindre end det laminære turbulente omslagskriterium.

Ud over disse forhold vil en tilstedeværende stratifikation endvidere påvirke en eventuel turbulent strømning gennem en anden effekt. Under indflydelse af opdriftskræfter vil lodrette, turbulente fluktuationer således hæmmes eller måske hindres afhængigt af stratifikationens størrelse.

På grundlag af de ovenfor beskrevne forhold er den konvektive transport i modellen for damlageret antaget at finde sted udelukkende under laminære strømningsforhold.

Under op- og afladningsforløb i damlagre vil den konvektive energitransport være dominerende. Det samme forhold kan være gældende i lagermediet uden for grænselaget under afkølingsforløb. En præcis beskrivelse af den konvektive transport er derfor vigtig.

Den samlede energitransport over de enkelte kontrolvoluminers grænseflader kan tilnærmes ved et af de fluxudtryk der er beskrevet i afsnit 7.1.2. Som følge af det transiente element i en lagerbeskrivelse vil dette medføre numerisk diffusion i beregninger indeholdende et stratificeret medie.

Størrelsen af denne numeriske diffusion kan under uheldige forhold være mange gange større end den virkelige diffusive transport.

En ofte benyttet fremgangsmåde for at mindske denne uønskede diffusion er en anvendelse af et meget stort antal kontrolvoluminer samt relativt små tidsstep. I nærværende model vurderes denne fremgangsmåde at forudsætte flere hundrede inddelinger. En sådan løsning anvendt i simuleringer af damlagre gennem længere perioder vil medføre uacceptabelt store beregningstider.

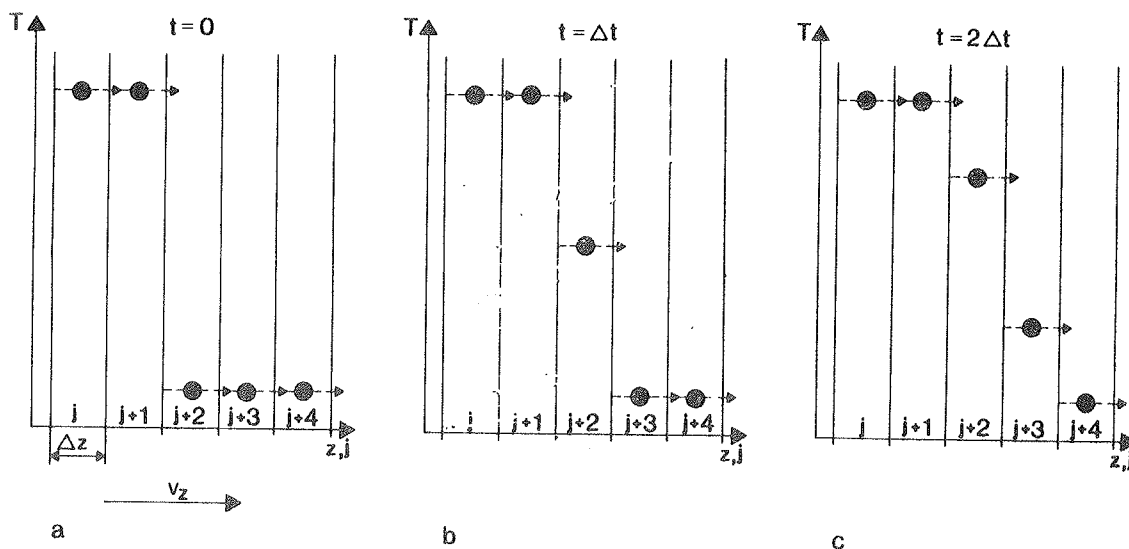
En anden velkendt løsning af samme problem der kan anvendes i éndimensionale beregninger er baseret på en eksplicit formuleret opstrøms tilnærmelse af den konvektive transport. Denne formulering kombineres med kontrolvoluminer og tidsskridt hvis indbyrdes størrelse sikrer at hver enkelt volumeninddelings indhold udskiftes præcis en gang i hvert tidsstep. Herved undgås den numeriske diffusion. I nærværende problem kan denne strategi ikke anvendes som følge af den varierende konvektive transport over grænsen mellem grænselaget og området uden for dette.

En tredje kendt metode er ligeledes baseret på en opstrøms tilnærmelse af konvektive led. Denne tilnærmelse kombineres med et fiktivt diffusionsbidrag indeholdende en negativ diffusivitet. Denne diffusivitets størrelse findes ved en Taylor-række-udvikling af det konvektive diffe-

rentielle led. En fysisk forståelse af denne metode er meget fjern, og oscillerende fysisk urealistiske resultater kan da også forekomme. Dette forhold skyldes bl.a. at den fiktive diffusivitet ikke er fastlagt tilfredsstillende. Denne størrelse bør bl.a. indeholde det anvendte tidsstep, hvilket ikke opnås ved den anvendte rækkeudvikling.

På grundlag af de ovenfor forklarede forhold er en ny tilnærmelse for en konvektiv transport udviklet. I denne forbindelse er det fundet hensigtsmæssigt at holde den konvektive og den diffusive transport adskilt. Herved bliver en fysisk forståelse af problemets kerne lettere og en bedre vurdering, baseret på analytiske løsninger, mulig. Den virkelige diffusive transport mellem de enkelte kontrolvolumener beskrives derfor som et selvstændigt transportbidrag ved en central tilnærmelse.

Den eneste kendte tilnærmelse der kan anvendes i beskrivelsen af en udelukkende konvektiv transport er en opstrøms tilnærmelse. En fysisk forståelse af den heraf medfølgende numeriske diffusion kan opnås ved betragtning af et simpelt eksempel. Et sådant eksempel, der indeholder en startbetingelse og to tidsstep i en endimensional og eksplicit formuleret transport, er vist på figur 26 a, b og c. I eksemplet er størrelserne mellem strømningens hastighed, de anvendte tidsstep og kontrolvolumener valgt således at hver volumeninndelings indhold udskiftes en halv gang i hvert tidsskridt. De benyttede temperaturer i beregningen af energistrømme mellem de enkelte kontrolvolumener er markeret med pile.



Figur 26 a, b og c. Numerisk diffusion i en endimensional, konvektiv transport. De viste temperaturer er beregnet ved anvendelse af en eksplicit opstrøms tilnærmelse.

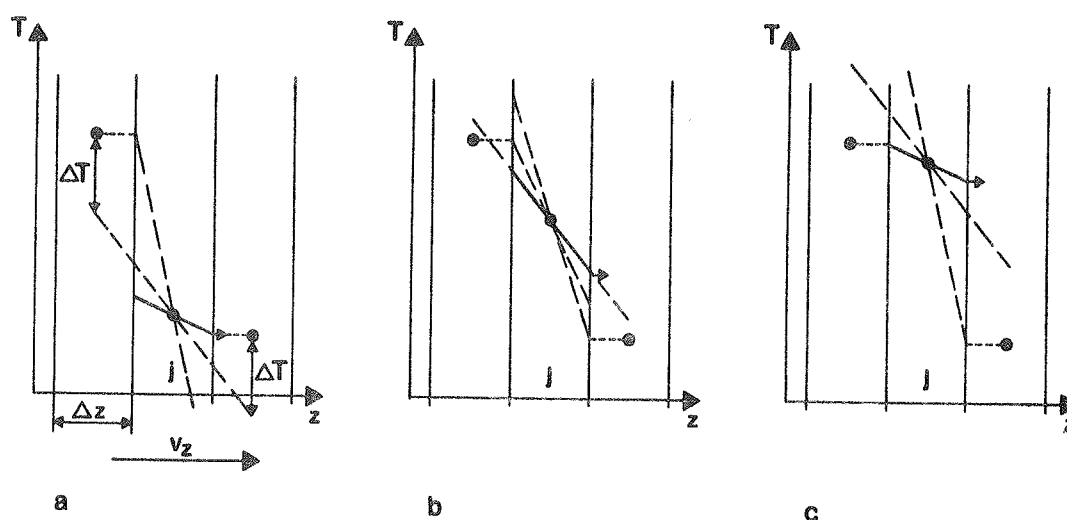
De viste resultater kan opfattes som værende baseret på en antaget ensartet temperatur i de enkelte kontrolvolumener. I hvert tidsskridt forudsættes således en fuldstændig opblanding i alle volumeninddelinger hvis udløbstemperaturer hermed samtidig fastlægges. Idet ingen temperaturvariationer således tillades i de enkelte volumeninddelinger, vil en temperaturændring altid omfatte et helt kontrolvolumen. Hermed fremkommer en transport, givet ved numerisk diffusion, der bevæger sig hurtigere end den virkelige strømningshastighed.

Af eksemplet fremgår endvidere hvorfor en fuldstændig udskiftning af de enkelte kontrolvoluminers indhold i hvert tidsstep i en eksPLICIT formulering ikke giver nogen numerisk diffusion. Størrelsen af denne er således også afhængig af det anvendte tidsskridt.

I et lignende eksempel, baseret på en implicit formulering vil en kraftigere numerisk diffusion fremkomme. Derfor er den nye tilnærmelse for en konvektiv transport formuleret eksPLICIT. På grundlag af den numeriske diffusions forklarede opståen er den nye tilnærmelse endvidere baseret på en individuelt bestemt temperaturvariation i de enkelte kontrolvoluminer. Udløbstemperaturer fra hver af disse fastlægges ved det individuelt gældende temperaturforløb. Ved bestemmelse af disse forløb anvendes rette linjestykker hvis midtpunktværdier svarer til de aktuelle kontrolvoluminers middeltemperaturer. Herved forbliver de enkelte voluminers energiindhold uændret ved introduktion af denne temperaturfordeling.

De rette linjestykker er entydigt fastlagt ved deres hældningskoefficienter. Anvendes generelt for små hældninger som ved en opstrøms tilnærmelse, er resultatet kendt. Under specielle lokale forhold kan kun en opstrøms tilnærmelse sikre en fysisk realistisk løsning. Sådanne forhold er gældende for kontrolvolumen nr. $j+1$ på figur 26 a. Brugbare lineære temperaturfordelinger kan således ikke fastlægges ved en enkeltstående relation. Det er konstateret at tilfredsstillende resultater kan beregnes ved i hvert tidsstep at operere med tre mulige linjestykker for hvert kontrolvolumen.

Af figur 27 a, b og c fremgår hvordan et af disse tre mulige temperaturforløb fastlægges ud fra kendte temperaturer under tre forskellige forhold. De udvalgte temperaturforløb, der er vist ved fuldt optrukne linjestykker, er karakteriseret ved at give de højeste udløbstemperaturer.



Figur 27 a, b og c. Mulige lokale temperaturfordelinger i en kontrolvolumeninndeling af en konvektiv transport.

Under de forhold der er illustreret på figur 27 a vælges således den mindste udløbstemperatur der ikke giver fysisk urealistiske resultater.

I situationen vist på figur 27 b fastlægges en temperatur der næsten svarer til middeltemperaturen mellem de to kontrolvoluminer. De førømtalte forhold hvorunder kun en opstrøms tilnærmelse giver fysisk realistiske resultater er indeholdt i det udvalgte temperaturforløb på figur 27 c.

En implementering af metoden udføres lettest ved en beregning af alle tre mulige udløbstemperaturer hvorefter den største udvælges.

I beskrivelsen af princippet i den nye metode er positive hastigheder forudsat. Ved negative hastigheder fastlægges de aktuelle udløbstemperaturer efter samme princip.

Som følge af den valgte eksplicitte formulering er en beregning af instabile resultater mulig. I en simulering af en udelukkende konvektiv transport er stabile og fysisk realistiske resultater dog sikret hvis de enkelte kontrolvoluminers indhold kun udskiftes en halv gang eller mindre i hvert tidsskridt. Af hensyn til løsningens nøjagtighed anbefales dog en udskiftning der i hvert tidsskridt ikke overstiger en tredjedel af de enkelte kontrolvoluminers indhold.

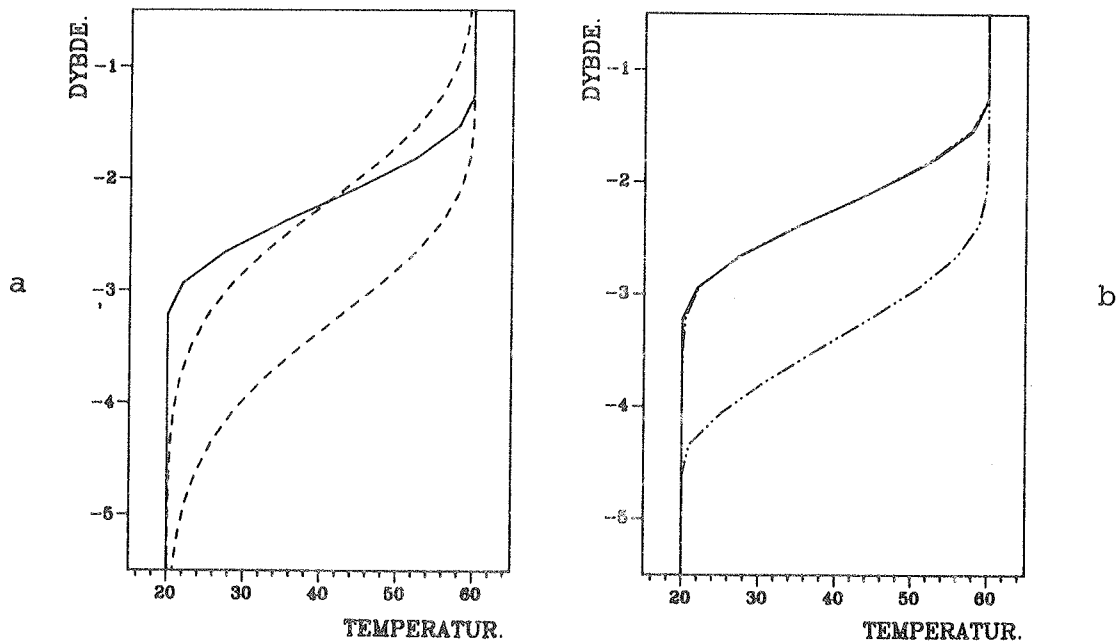
Metoden er udviklet og afprøvet i en ækvidistant og endimensional kontrolvolumeninddeling. En tilpasning så metoden kan anvendes i en ikke ækvidistant inddeling samt i flerdimensionelle beregninger synes dog mulig.

Metoden giver ikke nogen eksakt beskrivelse, men en god tilnærmelse af en endimensional, konvektiv transport. Derfor vil numerisk diffusion forekomme. Størrelsen af det numeriske diffusionsbidrag er dog forsvindende sammenlignet med en beregning baseret på opstrøms tilnærmelser.

Dette forhold fremgår af to simulerede og sammenlignelige termoklinvandring der er vist på figur 28 a og b. I en antaget typisk lagergeometri er et lodret stratificeret medie således påtrykt en bevægelse der er opdelt i to sekvenser. Termoklinvandringene er først rettet mod bunden af lageret og dernæst mod den foreskrevne startbetingelse. Den naturlige konvektion samt den diffussive transport er negligeret. Bevægelsen i de to sekvenser er endvidere afstemt således at den påtrykte startbetingelse, der er vist ved en fuldt optrukket linje, samtidig udgør den eksakte løsning efter simuleringen. De to simuleringer er udført med ens tidsskridt, og i en ækvidistant inddeling bestående af 25 kontrolvoluminer.

Det på figur 28 b viste forløb, gældende efter den første simulerede sekvens, har en stejlere hældning end den påtrykte startbetingelse. Dette forhold skyldes den forudsatte lagergeometris kontraherende tværsnitsareal.

Varmetabet fra et damlager er fordelt på tre flader bestående af top, side og bund. En beskrivelse af de termiske effekter af tabene ved lagerets side og bund er indeholdt i en sammenkobling af de tre delmodeller for grænselag, damlager og den omliggende jord. Disse effekter fører begge til dannelse eller forøgelse af lodrette og stabile stratifikationer. Tabet ved lagerets top vil fremkalde en meget kompleks og ikke veldefineret naturlig konvektion i de øverste vandmasser. Derfor vil kun en forsvindende lille og ustabil stratifikation opretholdes i disse vandmasser. En termisk beskrivelse af denne diffuse strømnings effekt opnås i nærværende model ved anvendelse af et meget enkelt prin-



Figur 28 a og b. Termoklinvandring beregnet ved anvendelse af henholdsvis en opstrøms tilnærmelse og den her udviklede metode.

cip. Efter hver beregning af temperaturer i lageret undersøges således om nogle af disse danner en lokal og ustabil stratifikation. I givet fald udføres en momentan og fuldstændig opblanding mellem de aktuelle kontrolvoluminers indhold. Ved anvendelse af mindre tidsstep vurderes denne enkle termiske beskrivelse, trods de komplekse konvekktive forhold, at være udmærket.

Ved en hurtig afladning af et sæsonlager kan specielle varmetabsmæssige forhold opstå. Således kan kortere perioder, hvor vandmasser langs lagerets side og bund opvarmes af den omliggende jord, forekomme. En opvarmning af det bundnære lagermedie vil lokalt give tilsvarende konvekktive forhold som ved den ovenfor beskrevne køling af de øverste vandmasser. I modellen omfatter søgningen efter og behandlingen af ustabile stratifikationer derfor hele lagerets dybde.

Et damlagers side vil typisk danne en vinkel på 30° med vandret. På dette grundlag vurderes en veldefineret grænselagsstrømning langs en side eller dele heraf kun mulig ved en egentlig køling af lagermediet. Er denne betingelse ikke opfyldt, forventes et lignende strømningsmønster som ved en opvarmning af det bundnære lagermedie. Under sådanne forhold tilføres de aktuelle energimængder direkte de kontrolvoluminer i lageret der er lokaliseret i samme vandrette plan.

I modelbeskrivelsen af op- og afladningsforløb forudsættes ind- og udløbsdyser at være lokaliseret i midten af enkelte og foreskrevne kontrolvoluminer. Ved et givet indløb udføres i hvert tidsskridt hermed en fuldstændig opblanding mellem den introducerede vandmængde og det aktuelle kontrolvolumens indhold. Ved op- og afladninger af damlagre er en minimal opblanding eller omrøring ofte ønsket. Derfor udformes indløbsdyser som regel således at små og vandrette hastigheder opnås. En god termisk modelbeskrivelse omkring indløb kan derfor forventes under forhold hvor det indførte vand er af samme temperatur som det omliggende lagermedie. Er indløbssystemet konstrueret således at dysernes

position er fikseret i lageret, kan denne forudsætning ikke forventes at være opfyldt. Under disse omstændigheder vil opdriftinfluerede jetstrømme forekomme. I modelbeskrivelsen af damlageret kan sådanne forhold føre til beregning af ustabile stratifikationer og den heraf følgende opblanding. Tendensen i en op- eller nedadbøjet jetstrøm er således indeholdt i modellen. Den termiske beskrivelse kan dog være ringe. Således kan en opretholdelse eller dannelse af en stratifikation under tilstedeværelse af opdriftpåvirkede jetstrømme undervurderes i en beregning.

En mere detaljeret beregning af op- eller nedadbøjede jetstrømme vurderes at være mulig gennem anvendelse af en integralformulering. Sammenlignet med den tidligere beskrevne model for grænselagsstrømningen er en sådan formulering forbundet med væsentlig større hindringer. Således vurderes en nødvendig fastlæggelse af en generel formulering af medrivningshastigheden i en afbøjet jet at være vanskelig. Et lignende princip som benyttet i forbindelse med formulering af grænselagsløsningen kan ikke umiddelbart anvendes. En delvis empirisk fastlæggelse af et udtryk for medrivningshastigheden er muligvis nødvendig.

En bedre termisk modelbeskrivelse af de opdriftpåvirkede jetstrømme der kan forekomme i et damlager under op- og afladningsforløb er derfor ikke forsøgt.

7.2.3 Model for jorden omkring et damlager

For jorden omkring lageret anvendes en modificeret version af den i afsnit 6.1 beskrevne eksplícitte kontrolvolumenmodel for jordvolumet i og omkring et jordlager. Energitransporten i jorden antages hermed at foregå udelukkende ved varmeledning.

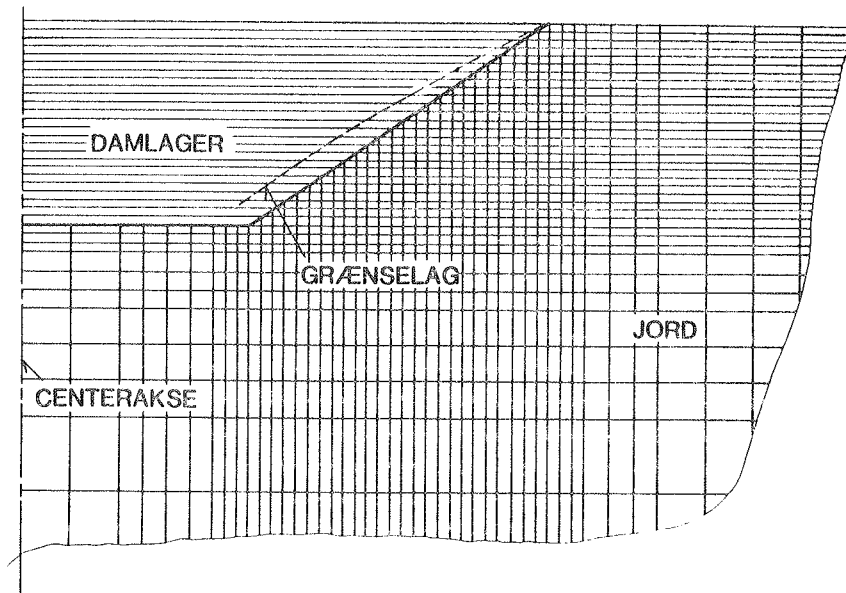
Den oprindelige model indeholder en termisk beskrivelse af faseovergangen ved en eventuel frostdannelse i jorden. Denne effekt er udeladt i nærværende version. Endvidere er beregningsområdet ændret således at kun temperaturer uden for damlagerets grænseflade beregnes.

Den oprindelige model er beskrevet detaljeret i afsnit 6.1 og det tilhørende appendiks. Derfor gives en nærmere beskrivelse af den her anvendte version ikke.

7.2.4 Sammenkobling af modeller for grænselag, lager og den omliggende jord

I en beregning med de koblede modeller for grænselag, lager og den omliggende jord benyttes en kontrolvolumeninddeling hvoraf et udsnit er skitseret på figur 29. En væsentlig forenkling af sammenkoblingen er opnået under anvendelse af samme lodrette inddeling i lager og jord. Da de termiske forhold i lageret generelt beskrives bedst i en ækvidistant inddeling, er denne valgt.

Som tidligere beskrevet er beregningen af grænselagsstrømningen baseret på en numerisk metode der netop muliggør en anvendelse af relativt store skridtlængder. Trods dette valg er langt mindre skridtlængder, sammenlignet med typiske inddelinger i lageret, fundet nødvendige. Dette for-



Figur 29. Udsnit af typisk kontrolvolumeninddeling af det samlede beregningsområde.

hold skyldes især den før beskrevne kraftige reduktion af en grænselagsstrømnings intensitet ved mødet mellem denne og en begyndende stratifikation. For at afbøde dette forhold er de randbetingelser der stammer fra lager og den omliggende jord, og som forudsættes kendte i løsningen af grænselaget, interpoleret ved anvendelse af tredjegradspolynomier. Herved får de nævnte randbetingelser et glattere forløb.

Som før omtalt er varmeudvekslingen mellem et damlager og omgivelserne oftest af størrelsesordenen 10 W/m^2 . En hertil hørende varmetabskoefficient er derfor typisk af størrelsen $0.1 \text{ W/m}^2\text{°C}$. Konvektive varmeovergangstal langs et lagers side er tilsvarende af størrelsen $100 \text{ W/m}^2\text{°C}$. Den altafgørende varmetabsmodstand ligger således i jorden omkring lageret, og den konvektive varmeovergangsmodstand kan derfor negligeres. Dette forhold udnyttes i en speciel behandling af de trekantformede kontrolvolumener der er lokaliseret langs lagerets side. Temperaturerne i disse inddelinger er beliggende præcist på lagerets grænseflade mod jord og antages derfor at være identiske med de relevante lagertemperaturer i samme vandrette snit. Disse temperaturer er dog ikke repræsentative for de trekantformede kontrolvolumener. Derfor fordeles hver af de trekantformede volumeners varmekapaciteter ligeligt mellem de to tilstødende rektangulære kontrolvolumener.

Som følge af de antagede kvasistationære forhold i grænselaget samt den eksplicitte formulering af de øvrige beregningsdomæner er en fremføring af temperaturer i disse meget enkel.

Et tidsstep indledes således med en beregning af samtlige energiudvekslinger ud fra kendte og fastholdte temperaturer i lager og jord. Denne beregning inkluderer også koblinger til de frie omgivelser uden for det samlede beregningsområde samt eventuelle påtrykte op- eller afladninger af lageret. Herefter bestemmes en løsning af den stationære grænselagsstrømning. De konvektive forhold i lageret er herefter fastlagt, hvorpå samtlige lagertemperaturer føres frem i tiden.

Alle jordtemperaturer kan under anvendelse af samme tidsstep som i lagerdomænet tilsvarende opdateres. Med den valgte kontrolvolumeninddeling af jorden og i fravær af nogen anden energitransport end varmeledning kan langt større tidsskridt anvendes i dette beregningsdomæne. Derfor fastholdes alle jordtemperaturer mens de termiske forhold i lageret opdateres flere gange. De energiudvekslinger der benyttes i fremføringen af jordtemperaturer er derfor en sum af flere tilsvarende energiudvekslinger der hver især er anvendt i opdatering af lagertemperaturer.

Det samlede beregningsområde for lager og den omliggende jord er afgrænset af fire flader. Som randbetingelse påtrykkes på tre af disse adiabatisk forhold. Den øverste og sidste flade er koblet til kendte udelufttemperaturer gennem et konvektivt varmeovergangstal. Denne kobling indeholder endvidere for en del af fladen et givet isoleringsdække.

7.2.5 Undersøgelse af veldefinerede grænselagsstrømningers indflydelse på de termiske forhold i damlagre

Alle de mulige former for naturlig konvektion der kan forekomme i damlagre er indeholdt i den sammenkoblede model ved mere eller mindre detaljerede modelbeskrivelser. Den form for naturlig konvektion der påvirker de termiske forhold i damlagre mest er tidligere vurderet at være en veldefineret grænselagsstrømning langs lagerets side. For at undersøge størrelsen af sådanne påvirkninger er forskellige afkølingsforløb med og uden hensyntagen til denne grænselagsstrømning simuleret.

I de første to beregnede afkølingsforløb er et 40000 m^3 stort damlager foreskrevet. Lageret er kun isoleret mod de fri omgivelser af en vandret afdækning med en varmetabskoefficient på $0.1 \text{ W/m}^2\text{°C}$.

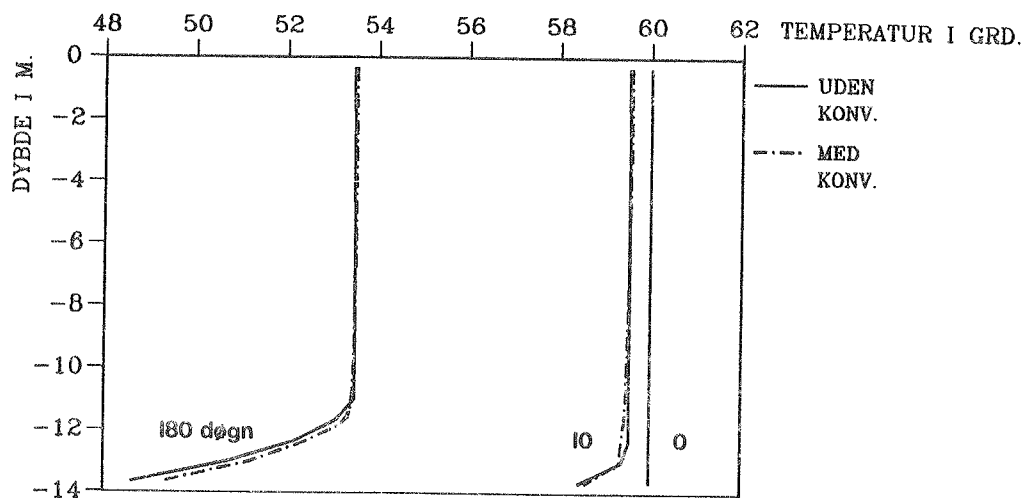
For at opnå realistiske termiske forhold i jorden omkring lageret er lagermediet i simuleringerne og gennem en periode på $1 \frac{1}{2}$ år påtrykt en ustratificeret opvarmning til startbetingelsen for det egentlige afkølingsforløb. En sådan startbetingelse er valgt da grænselagsstrømningens intensitet netop er størst i et ustratificeret lagermedie.

De to simuleringer er udført i en kontrolvolumeninddeling som vist på figur 29. Temperaturerne i lageret og den omliggende jord er alle ført frem i tiden ved anvendelse af tidsskridt på en time. I simuleringen, der indeholder en løsning af grænselagsstrømningen, er denne frembragt i en inddeling af lagerets side på 500 skridtlængder.

Startbetingelsen samt de to beregnede temperaturforløb i lageret efter henholdsvis 10 og 180 døgns simuleret afkøling er vist på figur 30.

I to supplerende simuleringer af det samme afkølingsforløb, men baseret på en dobbelt så fin diskret inddeling i både tid og sted, er de samme resultater beregnet. De viste temperaturforløb kan derfor antages at være uafhængige af de diskretiseringsstørrelser der er anvendt i beregningen.

Som det fremgår af figuren er den termiske effekt af den veldefinerede grænselagsstrømning meget beskeden. En forventet dannelse af en stratifikation er beregnet, men størrelsen af denne er dog overraskende lille.



Figur 30. Termokliner under et afkølingsforløb i et damlager beregnet med og uden hensyntagen til en veldefineret grænselagsstrømning langs lagerets side.

I andre tilsvarende simulerede afkølingsforløb er andre lagerstørrelser samt rand- og begyndelsesbetingelser foreskrevet. Tabene gennem et damlagers topafdækning vil altid virke hæmmende på stabile stratifikationers dannelse. Derfor er meget små varmetabskoefficienter for lagerets topafdækning påtrykt i to af de udførte simuleringer.

I ingen af de udførte simuleringer afviger de beregnede temperaturforløb dog nævneværdigt mere end de viste termokliner på figur 30.

De to viste termokliner, der er beregnet under hensyntagen til den veldefinerede grænselagsstrømning, forløber stort set ens. Bortset fra den nederste del af termoklinerne er de samme stratifikationer således beregnet efter 10 og 180 døgns simuleret afkøling. Dette forhold kan kun forklares ved en tilstedeværelse af en kvasistationærlignende balance mellem den konvektive og den diffusive energitransport i lodret retning. Balancen er således opstået inden for de første 10 døgns simuleret afkøling. Lignende forhold synes at gælde for de på figur 21 viste temperaturprofiler der er beregnet i tilsvarende simuleringer af afkølingsforløb i mindre brugsvandslagre. I disse simuleringer er langt større stratifikationer dog fundet.

Den synligt store forskel mellem de beregnede stratifikationer i de to lagre vurderes at kunne forklares ved et meget enkelt ræsonnement.

Den energitransport der ved en veldefineret grænselagsstrømning finder sted over et vandret tværsnit i et lager kan således udtrykkes som værende proportional med lagerets radius. Rigtigheden af dette forhold samt den øvrige del af det enkle ræsonnement er vist i appendiks 7. Den diffusive energitransport over det samme vandrette tværsnit er endvidere proportional med en lodret stratifikation samt lagerets radius opløftet i 2. potens. Forudsættes en kvasistationær balance mellem de to transportbidrag at eksistere, vil de mindste lodrette stratifikationer således dannes i lagre med en stor radius. Da en lodret stratifikation

giver en øvre grænse for en veldefineret grænselagsstrømnings opvoksen, vurderes et lagers højde ikke at have nogen væsentlig indflydelse på dette enkle ræsonnement. Derfor vil de mindste stratifikationer dannes i store lagre.

På grundlag af de ovenfor beskrevne resultater vurderes veldefinerede grænselagsstrømninger at være negligeable i simuleringer af termiske forhold i damlagre. Trods det forhold at de største stratifikationer vil dannes i de mindste lagre, vurderes denne væsentlige forenkling i en modelbeskrivelse at kunne anvendes ved alle realistiske størrelser af damlagre.

Modellen for den veldefinerede grænselagsstrømning er derfor udeladt i de efterfølgende simuleringer af damlagre.

De fundne resultater indikerer samtidig at den antagede og meget enkle modelbeskrivelse af et damlager der opvarmes gennem den omliggende jord er tilfredsstillende.

7.2.6 Verificering af den sammenkoblede model

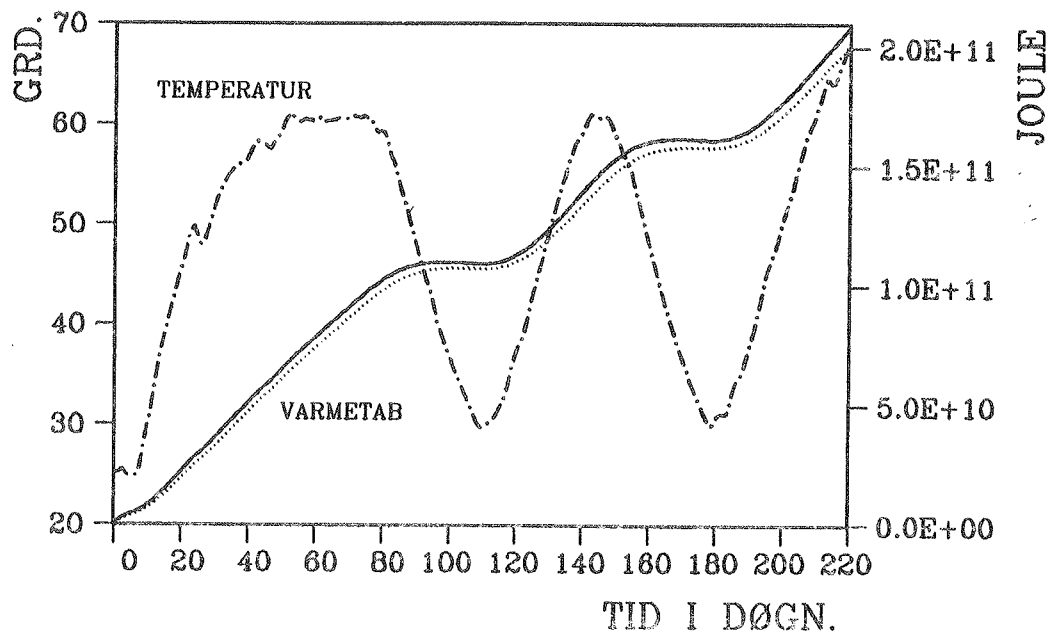
Som før omtalt er flere forsøg gennemført i Laboratoriet for Varmeisoleringens 500 m³ store forsøgslager. I forbindelse med disse forsøg er en model for lageret og den omliggende jord udviklet. Som følge af forsøgslagerets kvadratiske tværsnit er denne model tredimensional. Opførelsen af lageret, den tredimensionale model samt målte og beregnede resultater for den første 220 døgns lange forsøgsperiode er beskrevet af Hansen, Hansen og Ussing (30). I denne periode blev lageret opvarmet og afkølet flere gange på en sådan måde at ingen stratifikation dannedes i lageret.

Trods det forhold at den her udviklede model er todimensional, er denne forsøgt verificeret ved anvendelse af målte og beregnede resultater tilhørende de nævnte forsøg.

På grundlag af de målte temperaturer i lageret er det samlede varmetab fra dette samt de termiske forhold i den omliggende jord beregnet af Hansen, Hansen og Ussing. Under de samme start-, rand- og materialebetingelser er en tilsvarende beregning udført med den her udviklede model. Det forudsatte cylindriske lagertværsnit, som funktion af højden over bunden, er fastlagt således at dette er identisk med det tilsvarende kvadratiske tværsnit i forsøgslageret. Beregninger er udført i en kontrolvolumeninddeling som vist på figur 29 og med tidsskridt på en time.

På figur 31 ses de målte lagertemperaturer samt opsummerede varmetab beregnet med de to modeller. Varmetabet vist med den fuldt optrukne kurve er beregnet med modellen der er udviklet i nærværende arbejde. Trods de forskellige geometriske forudsætninger stemmer de to beregnede varmetab fint overens.

På figur 32 a og b ses målte og beregnede temperaturer gældende for punkter henholdsvis 0.3 og 2.3 m under forsøgslagerets bund. Værdier vist med en fuldt optrukket linje er fundet i dette arbejde. Afvigelsen mellem de målte og beregnede temperaturer i det øverst beliggende punkt er meget ringe. Det samme forhold er gældende mellem de beregnede



Figur 31. Målte temperaturer i forsøgsdamlager samt opsummerede varmetab fra dette beregnet med to modeller. Varmetabet vist med en fuldt optrukket kurve er beregnet med den her udviklede model.

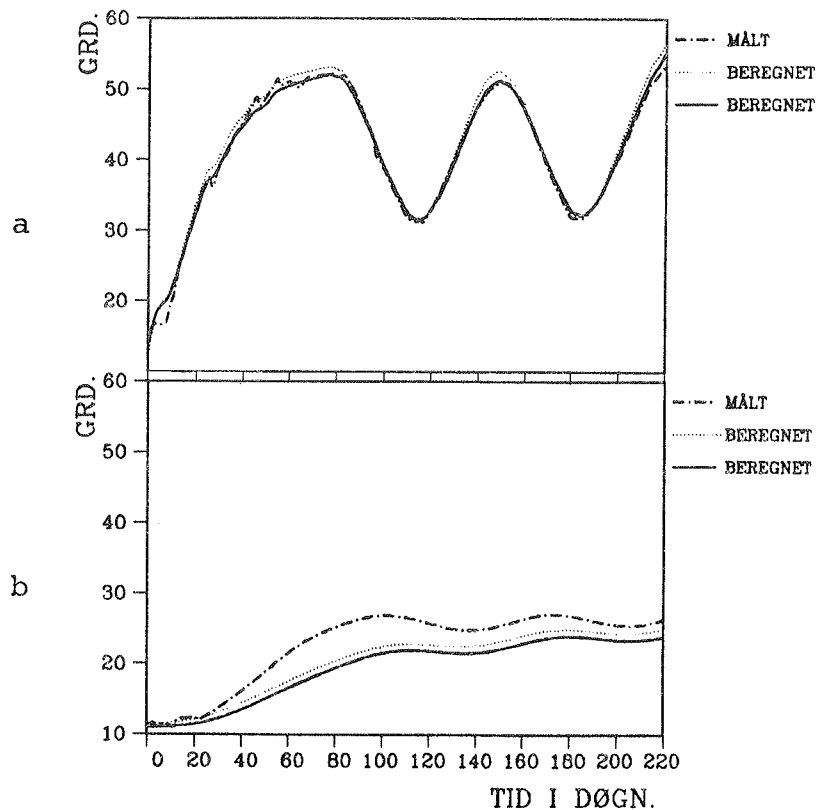
værdier i det nederste punkt. Hansen, Hansen og Ussing angiver målte varmeledningsevner for jorden i forskellige dybder under og omkring forsøgslageret. Variationerne mellem disse ledningsevner er såvel i vandrette som lodrette retninger stor og udgør i største fald mere end 100%. I de to beregninger er konstante stofværdier for jorden anvendt. Dette forhold kan forklare den forholdsvis store afvigelse mellem de målte og beregnede temperaturer i det nederst beliggende punkt.

Tilsvarende sammenligninger er udført for andre punkter lokaliseret under forsøgslagerets bund og side. Trods de forskellige geometriske forudsætninger er gode overensstemmelser fundet mellem samtlige beregnede temperaturer. Variationerne mellem de beregnede temperaturer og de tilsvarende målte værdier er i alle punkter mindre end afvigelsen der ses på figur 32 b.

Hansen, Hansen og Ussing (31) beskriver endvidere et sammenhængende op- og afladningsforsøg der ligeledes er udført i Laboratoriet for Varmeisoleringens damlager. På grundlag af målte fremløbstemperaturer og volumenstrømme under dette forsøg er op- og afladningsforløbet simuleret med nærværende model.

For at sikre en acceptabel beregning af varmeudvekslingen mellem lageret og den omliggende jord er simuleringen af de termiske forhold i jorden påbegyndt et halvt år tidligere end det egentlige op- og afladningsforsøg. I denne periode er temperaturer i jorden beregnet under anvendelse af målte lagertemperaturer. Hele simuleringen er udført i den samme og før anvendte kontrolvolumen- og tidsinddeling.

På figur 33 a og b er målte samt beregnede lagertemperaturer under op- og afladningsforsøget vist. De målte temperaturer er gældende i 5 faste målepositioner samt 14 supplerende målepunkter der samlet flyttes under forsøgets forløb.



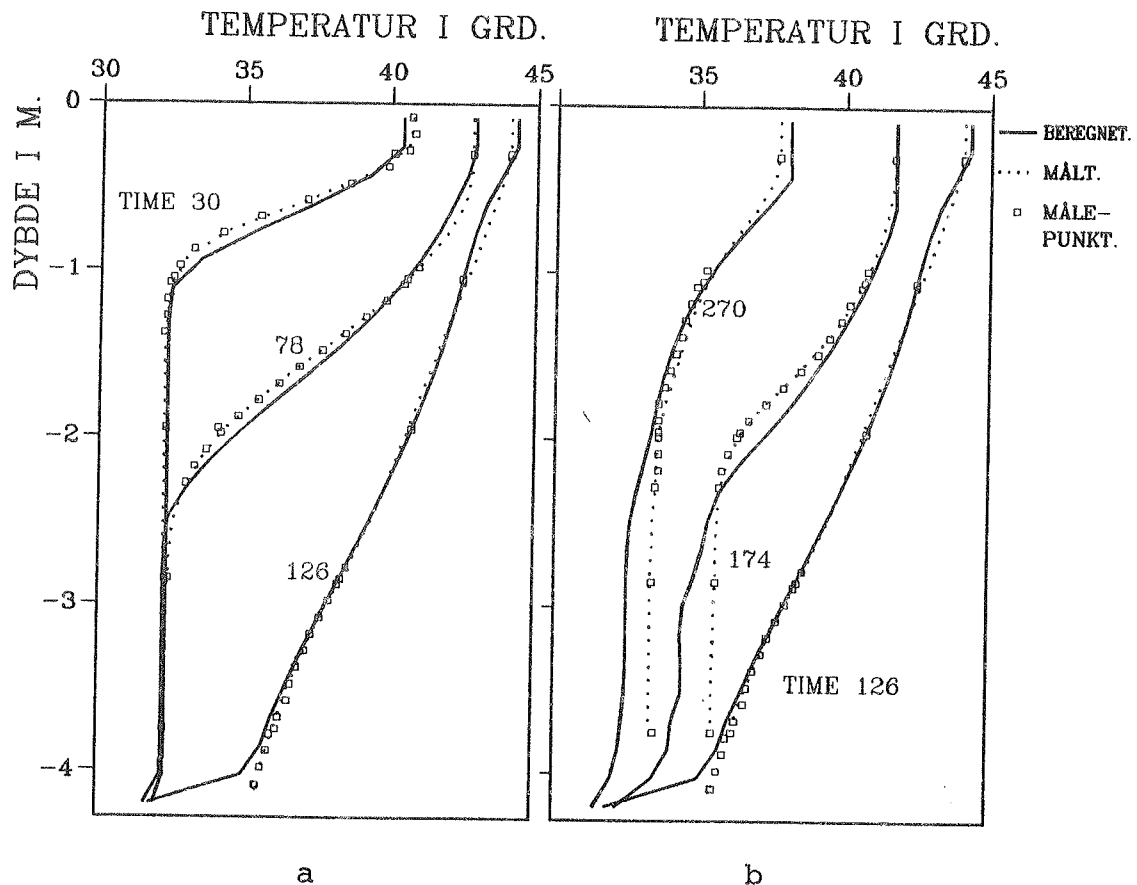
Figur 32 a og b. Målte og beregnede temperaturer 0.3 og 2.3 m under lagerets bund. Temperaturerne vist med fuldtoptrukne kurver er beregnet med den her udviklede model.

Afladningsforløbet vist på figur 33 a er beregnet med meget små afvigelser fra de målte værdier. Dette forhold vurderes især at skyldes den nye tilnærmelse for den konvektive del af transporten.

I modellen er lokaliseringen af ind- og udløbsdyser begrænset til i midten af enkelte og foreskrevne kontrolvoluminer. I den udførte simulering er dyserne lokaliseret så tæt som muligt på de af Hansen, Hansen og Ussing angivne positioner. Herved er dyserne ved toppen og bunden af lageret begge flyttet mod midten af dette i simuleringen. Dette forhold forklarer uoverensstemmelsen ved de nederste målepunkter efter 126 timer simuleret opladning. Det samme forhold vurderes endvidere at give den lidt stejlere beregnede stratifikation der er fundet til tidspunktet 30 timer. Det noget ujævne temperaturforløb i de øverste vandmasser efter 126 timers simuleret opladning skyldes svingninger i de målte og påtrykte indløbstemperaturer.

Med de usikkerheder der er knyttet til fastlæggelsen af de nødvendige inddata for det simulerede opladningsforløb er den fundne overensstemmelse mellem de beregnede og målte resultater tilfredsstillende.

Som det fremgår af figur 33 b er samme gode overensstemmelse ikke fundet i simuleringen af afladningsforløbet. Dette forhold skyldes en uheldig



Figur 33 a og b. Målte og beregnede lagertemperaturer ved forskellige tidspunkter under et sammenhængende op- og afladningsforsøg.

udformning af indløbsdysen ved bunden af forsøgdamlageret. Således er tværsnitsarealet i denne dyse noget mindre end i de øvrige dyser. Endvidere er dysen som den eneste rettet i en lodret retning. Under afladningsforløbet dannes herved en relativt stor udløbshastighed rettet mod lagerets top med en kraftig opblanding i de nederste vandmasser til følge.

De noget ujævne beregnede temperaturforløb der især er synlige efter 174 timers simuleret op- og afladning skyldes svingninger i de målte og påtrykte indløbstemperaturer.

Ved beregning af ustabile stratifikationer i modelbeskrivelsen udføres som tidligere beskrevet en momentan opblanding mellem de aktuelle kontrolvoluminers indhold. Effekten af denne opblanding er mere eller mindre synlig ved den øverste del af alle de viste temperaturforløb på figur 33 a og b. Denne enkle termiske modelbeskrivelse giver en god overensstemmelse mellem de beregnede og målte temperaturer.

En yderligere verificering af den her udviklede model mod andre forsøg udført i Laboratoriet for Varmeisoleringens damlager er ikke forsøgt. En sammenligning med et af de tidligere omtalte afkølingsforsøg havde været ønskelig. Som følge af de meget varierende stofværdier for jorden om-

kring forsøgslageret samt andre store usikkerhedsmomenter der vil være knyttet til en sådan sammenligning vurderes en sådan verificering ikke at være mulig.

7.3 Model for et centralt solvarmeanlæg indeholdende et damlager

Med udgangspunkt i de to tidligere beskrevne modeller for et damlager og jorden omkring dette er en samlet model for et centralt solvarmeanlæg udviklet. I den samlede model indgår en beskrivelse af et fjernvarmesystem.

De to delmodeller for et damlager og den omliggende jord er benyttet uændret i den samlede model. I dette hovedafsnit beskrives de øvrige delmodeller, der er udviklet for de anlægskomponenter der er antaget at indgå i solvarmecentralen og fjernvarmesystemet. Idet lange beregningstider er forventet ved anvendelse af den samlede model, er enkle og hurtigtregnende delmodeller tilstræbt.

I afslutningen af dette hovedafsnit beskrives endvidere den anvendte sammenkobling af de enkelte delmodeller.

7.3.1 Model for et plant solfangerfelt

De solfangermodeller nærværende arbejde har givet et kendskab til og som anvendes i simuleringer over et længere tidsrum er alle baseret på en og samme differentielle energibalance. Balancen indeholder mange forenklinger af de faktiske og meget komplekse termiske forhold i en solfanger. Således er balancen bl.a. udtrykt ved solfangerens væsketemperaturer alene. I samtlige modeller er denne balance endvidere integreret over hele den aktuelle solfangers areal ved anvendelse af et enkelt kontrolvolumen. Indeholder modelbeskrivelsen instationære forhold, indgår tiden i denne integration. Forskellen mellem de enkelte modeller består hovedsagelig i de tilnærmelser hvorefter solfangerens integrerede middeltemperatur fastlægges i både tid og sted.

Med udgangspunkt i de ovenfor nævnte principper er en model for et plant solfangerfelt opstillet. Modellen er baseret på en ny tilnærmelse for solfangerens middeltemperatur. Denne nye tilnærmelse, der er udviklet i dette arbejde, indeholder nogle væsentlige stabilitetsmæssige fordele. De ligninger der ligger til grund for modellen er angivet i appendiks 8.

I mange modeller for solfangere fastlægges en tilnærmelse for middeltemperaturer i denne ved en aritmetisk midling mellem ind- og udløb. Er beskrivelsen endvidere transient, anvendes ofte den samme midling mellem start- og sluttemperaturer inden for de enkelte tidsskridt. Er de temperaturer der indgår i disse midlinger med god tilnærmelse lineært varierende, kan en god beskrivelse af de faktiske forhold opnås. Disse betingelser er typisk opfyldt i simuleringer af solfangere med større gennemstrømninger og hvor små tidsskridt anvendes. Er blot en af disse betingelser ikke opfyldt, kan resultater der er behæftet med store fejl beregnes.

Ved en lille gennemstrømning i en solfanger, vil temperaturen gennem denne vokse væsentlig hurtigere nær indløbet. Baseres en modelbeskri-

velse af solfangeren endvidere på en aritmetisk midling, vil varmetabet fra denne undervurderes med for store beregnede ydelser til følge. For meget små gennemstrømninger i solfangeren kan fysisk urealistiske udløbstemperaturer der er større end solfangerens aktuelle stagnationstemperatur beregnes. Indeholder modelbeskrivelsen endvidere transiente forhold, kan en aritmetisk tidsmidling, med en tilsvarende begrundelse, medføre lignende fejlagtige resultater.

De ovenfor beskrevne fejlmuligheder kan undgås ved en finere diskretisering i tid og sted. En diskret inddeling der indeholder en hel solfanger i et enkelt kontrolvolumen er dog forbundet med en væsentlig fordel. Således kan målte specifikationer fastlagt gennem en laboratorietest direkte anvendes i en simulering af en given solfanger. En sådan inddeling er derfor fastholdt i nærværende model.

Modellen indeholder endvidere en transient beskrivelse af de termiske forhold i solfangeren. På grundlag af de ovenfor forklarede forhold med hensyn til en anvendelse af en aritmetisk tidsmidling er den integrerede energibalance for kollektoren formuleret fuldt implicit. Af samme grund er ændringen i solfangerens energiindhold udtrykt ved en ændring mellem udløbstemperaturer på det gamle og det nye tidsniveau. Som følge af forskellige materialesammensætninger og komplekse temperaturvariationer i en solfanger er en mere præcis modelbeskrivelse af et ændret energiindhold meget vanskelig. En kollektors kapacitetstab der er knyttet til et sådant ændret energiindhold er dog oftest beskeden sammenlignet med en solfangers varmetab. Af denne grund negligeres i mange lignende modeller dette kapacitetstab, og stationære forhold forudsættes. Derfor vurderes den implicitte formulering samt den anvendte beskrivelse af solfangerens ændrede energiindhold at være udmærkede. En generelt bedre og samtidig enkel modelbeskrivelse synes ikke at være mulig.

Som før nævnt kan en aritmetisk midling anvendt i formuleringen af en solfangers varmetab føre til en undervurdering af denne meget væsentlige størrelse i en modelbeskrivelse. Duffie og Beckman (32) definerer derfor to flowfaktorer der hver især kan anvendes i en fysisk realistisk beregning af en solfangers ydelse under stationære driftsforhold. Afhængigt af hvilken flowfaktor der anvendes, udtrykkes varmetabet i den integrerede energibalance ved solfangerens ind- eller udløbstemperatur. Den herved fejlbestemte ydelse korrigeres herefter ved multiplikation med den rette flowfaktor. De to faktorer er udledt på grundlag af en mulig analytisk løsning til den stationært forudsatte differentielle energibalance. Den beregnede og korrigerede ydelse er derfor identisk med en direkte og eksakt løsning til denne balance.

I modeller for solfangere der omfatter instationære forhold benyttes ofte de samme korrektioner. Da disse flowfaktorer også multipliceres med den fra solen kommende indstråling, kan en sådan anvendelse føre til beregning af fejlagtige og fysisk urealistiske resultater. Derfor er en ny korrektion defineret i nærværende arbejde.

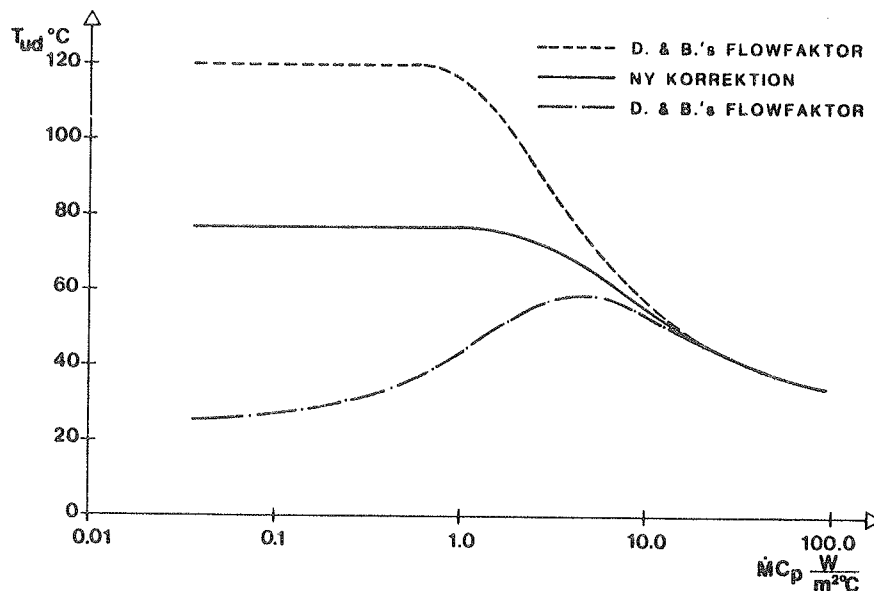
Den nye korrektion er udledt af samme analytiske løsning som er benyttet af Duffie og Beckman til bestemmelse af de to ovenfor nævnte flowfaktorer. I modsætning til disse anvendes den nye korrektion kun i det led der i den integrerede energibalance udtrykker solfangerens varmetab. Selve korrektionen udgør en fastlæggelse af solfangerens middeltemperatur gennem en vægtning mellem dennes ind- og udløbstemperaturer.

Summen af de to vægte beregnet med den nye relation er altid lig 1. For store gennemstrømninger i solfangeren beregnes en ligelig vægtning mellem ind- og udløbstemperaturer, svarende til en aritmetisk midling. For aftagende gennemstrømninger vægtes temperaturen i udløbet med en større og mod 1 voksende værdi.

Benyttes denne nye korrektion i en stationær beregning, bestemmes, som ved anvendelse af Duffie og Beckmans flowfaktorer, den eksakte løsning af den stationært forudsatte differentielle energibalance. De tidligere nævnte fejlagtige resultater, der kan beregnes ved brug af de to flowfaktorer under instationære forhold, vil ikke forekomme ved anvendelse af den nye korrektion. Dette forhold skyldes at denne korrektion giver en mere direkte og fysisk realistisk beskrivelse i den integrerede energibalance af temperaturfordelingen i en solfanger. Således ændres den fra solen kommende indstråling ikke i den nye korrektion.

På figur 34 ses et eksempel på de afvigende resultater der kan beregnes ved anvendelse af Duffie og Beckmans flowfaktorer og den nye korrektion.

De viste udløbstemperaturer ved forskellige gennemstrømninger i en solfanger er beregnet af den ovenfor beskrevne diskrete energibalance. Beregningerne forudsætter alle en solfanger med en varmetabskoefficient på $5 \text{ W/m}^2\text{°C}$ og en varmekapacitet på 15 kJ/m^2 . Endvidere er den absorberede solindstråling antaget at være 500 W/m^2 i det 1 time lange tidskridt beregningerne omfatter. Endelig er temperaturen af omgivelserne, i indløbet på solfangeren samt dennes temperatur ved tidssteppets start, antaget at være henholdsvis 20 , 30 og 25°C .



Figur 34. Afvigende beregninger af udløbstemperaturen i en solfanger ved varierende gennemstrømninger i denne. Udløbstemperaturerne er beregnet ved anvendelse af henholdsvis Duffie og Beckmans to flowfaktorer samt den nye korrektion.

For faldende gennemstrømninger i en solfanger vil en voksende del af den absorberede solenergi oplagres i kollektoren. En fysisk realistisk værdi for den heraf følgende temperaturstigning beregnes ved anvendelse

af den nye korrektion. I modsætning hertil beregnes fysisk urealistiske resultater ved brug af de to flowfaktorer. Således nærmer den øverste kurve sig stagnationstemperaturen i solfangeren ved aftagende gennemstrømninger i denne. Dette forløb er kun realistisk ved en negligering af kollektorens varmekapacitet. Omvendt er den nederste kurve aftagende mod den temperatur solfangeren er antaget at have ved tidssteppets begyndelse.

Det skal fremhæves at disse fejlagtige resultater ikke skyldes den implicitte formulering af energibalancen for solfangeren eller den anvendte formulering af ændringen i solfangerens energiindhold.

I modelbeskrivelsen forudsættes den samlede indstråling der falder på kollektorens dæklag at være opdelt i et direkte og et diffust bidrag. Den del af det direkte strålingsbidrag der tilføres væsken i absorberen er bl.a. afhængig af en varierende og til dette bidrag hørende indfaldsvinkel. Udover den korrektion der er repræsenteret i solfangerens starteffektivitet korrigeres det direkte strålingsbidrag derfor afhængigt af den tilhørende indfaldsvinkels størrelse. En tilfredsstillende korrektion opnås ved anvendelse af en korrektionsfaktor der er fastlagt ved to rette linjer. Denne faktor antager således værdien 1 ved indfaldsvinkler mellem 0 og 50° for derefter at falde lineært til 0 ved en vinkel på 90° .

Det diffuse strålingsbidrag korrigeres efter samme princip. Trods det forhold at den diffuse indstråling kun i mindre grad er retningsbestemt, antages og anvendes en konkret indfaldsvinkel i denne korrektion.

Den implicit formulerede modelbeskrivelse, den valgte repræsentation af solfangerens ændrede energiindhold og den nye korrektion i formuleringen af en kollektors varmetab sikrer en beregning af altid fysisk realistiske resultater. På grundlag af disse principper kan tilfredsstillende beregninger således udføres under betingelser hvor dette ikke er muligt ved anvendelse af diverse aritmetiske midlinger.

I implementeringen af modellen er denne udformet således at solfangerens udløbstemperatur bl.a. bestemmes ud fra målte eller beregnede værdier for kollektorens starteffektivitet, varmetabskoefficient og varmekapacitet.

Under betingelser hvor aritmetiske midlinger kan anvendes, beregnes med den her udviklede modelbeskrivelse ligeledes acceptable resultater. Dette forhold er påvist ved sammenligning med resultater der er beregnet med en tilsvarende model indeholdende aritmetiske midlinger i både tid og sted. I ingen af disse sammenligninger er nævneværdige afvigelser fundet.

7.3.2 Skyggekorrektion for et solfangerfelt opstillet i rækker

I et solfangerfelt, der er opstillet i rækker, vil ydelsen i perioder reduceres ved den skygge de enkelte rækker af kollektorer kaster på de bagvedstående solfangere. Denne reduktion er udover solfangernes geometriske mål, orientering samt deres indbyrdes placering i rækker også afhængig af solens placering på himlen. I nærværende arbejde er korrektioner for denne skyggeeffekt som er knyttet til både den direkte og den diffuse stråling defineret og anvendt. Korrektionerne er udtrykt ved

forskellige reduktioner af henholdsvis det direkte og det diffuse strålingsbidrag der er tilgængeligt for en fritstående solfanger. De ligninger hvorefter disse reduktioner udregnes er angivet i appendiks 9.

I formuleringen af korrektionerne er solfangerfeltet forudsat at være opstillet i uendeligt lange rækker, og på et vandret plan uden skyggedannende bebyggelser, træer eller landskabsvariationer. Endvidere er de enkelte kollektorerers sider antaget at støde direkte op til hinanden.

Korrektionerne er yderligere formuleret med udgangspunkt i tre underprogrammer udarbejdet af Nielsen (33). Ved anvendelse af disse programmer og foreskrevne vejrdato kan halvtimesværier for den direkte og den diffuse indstråling på en fritstående solfangers plan samt solens position på himlen beregnes. Ved anvendelse af de tre programmer kan den direkte og den diffuse indstråling på den første solfangerrække således umiddelbart bestemmes.

På grundlag af solens position, solfangernes højde og orientering samt de enkelte rækkeres indbyrdes afstand er en skyggefaktor for korrektion af den direkte stråling defineret. Denne skyggefaktor, der kan antage værdier mellem 0 og 1, angiver således hvor stor en del af en given solfangerrækkes areal der ved direkte bestråling kan tilføres energi fra solen. Som før nævnt korrigeres for dette reducerede effektive areal ved en reduktion af det direkte strålingsbidrag der falder på en fritstående men ellers tilsvarende solfangerrække. Reduktionen opnås ved en multiplikation med den definerede skyggefaktor.

Et sådant korrektionsprincip er det eneste der kan anvendes i forbindelse med en solfangermodel som den der er beskrevet i afsnit 7.3.1. Som følge af det enkelte kontrolvolumen denne solfangermodel er baseret på, vil et sådant korrektionsprincip føre til en mindre overvurdering af kollektorerens varmetab. Dette forhold vurderes dog at være uden praktisk betydning ved de forholdsvis beskedent reducerede ydelser der kan forventes ved et fornuftigt opstillet solfangerfelt.

I de ovenfor nævnte underprogrammer er beregningen af den samlede diffuse stråling der falder på en fritstående solfanger opdelt i to bidrag. Bestemmelsen af det væsentligste bidrag der hidrører fra himmelhvælvingen alene er meget kompleks. Denne bestemmelse indeholder bl.a. en hensyntagen til dette bidrags anisotropiske fordeling på himmelhvælvingen. Det andet diffuse og mindre bidrag består af den samlede stråling der reflekteres af det antagede vandrette underlag mod en fritstående solfangers plan.

I skyggekorrektionen af den samlede diffuse stråling er den beskrevne opdeling i to strålingsbidrag fastholdt, og disse reduceres hver især på forskellig vis.

En hensyntagen til den anisotrope fordeling i skyggekorrektionen for det største diffuse strålingsbidrag er meget vanskelig. Derfor antages en isotrop fordeling i formuleringen af denne korrektion. På dette grundlag defineres en ny skyggefaktor ved forholdet mellem en skyggepåvirket og en fritstående solfangerrækkes vinkelforhold til himmelhvælvingen. Det aktuelle diffuse bidrag reduceres ved multiplikation med denne faktor.

Ved reduktionen af det andet diffuse strålingsbidrag kan de faktiske forhold forenkles væsentligt. Således kan den mulige direkte stråling, der falder på jorden mellem to solfangerrækker og reflekteres mod forsiden af den ene rækkes kollektorer, negligeres. Dette forhold skyldes den oftest ringe størrelse af det reflekterende areal samt de altid store indfaldsvinkler der er knyttet til denne refleksion af direkte stråling. Endvidere kan den ligeledes meget beskedne reflekterede stråling fra bagsiden af foranstående solfangerrækker negligeres. Det søgte diffuse bidrag er således udelukkende givet ved refleksionen af den diffuse stråling der falder på den vandrette jord mellem de enkelte solfangerrækker. Dette forholdsvis lille bidrag kan hermed beregnes ud fra refleksionskoefficienten for jorden, de respektive vinkelforhold og den diffuse indstråling på et vandret plan. Den sidstnævnte størrelse er at finde blandt uddata fra de tre tidligere nævnte underprogrammer udarbejdet af Nielsen.

Sammenholdes de ovenfor beskrevne korrektioner hvorefter den direkte og den samlede diffuse indstråling på en skyggepåvirket solfangerrække beregnes, vurderes langt de største usikkerheder at være knyttet til det diffuse bidrag. Dette bidrag udgør dog kun ca. 1/3 af den samlede globale stråling på årsbasis. Udover dette forhold er et solfangerfelt oftest kun i drift i perioder der indeholder direkte solstråling. I sådanne perioder udgør det samlede diffuse bidrag en endnu mindre del af den aktuelle globale stråling. De usikkerheder der er knyttet til dette diffuse bidrag får herved kun ringe betydning på den samlede korrektion.

7.3.3 Model for en rørforbindelse

Under anvendelse af de samme principper og antagelser der er benyttet i solfangermodellen og beskrevet i afsnit 7.3.1 er en model for en rørforbindelse opstillet. Disse principper og antagelser er valgt da aritmetiske midlinger anvendt i en model for en rørforbindelse kan medføre tilsvarende fejlagtige resultater som beskrevet i afsnit 7.3.1. Da varmetabet fra en typisk rørforbindelse sammenlignet med en solfanger oftest er meget beskedent, er det især den transiente beskrivelse der kan medføre fejlagtige resultater.

Modellen er implementeret således at udløbstemperaturen beregnes som funktion af indløbstemperaturen samt de nødvendige specifikationer for en given rørforbindelse.

Da modellen således på alle punkter er formuleret efter samme koncept som solfangermodellen, gives en nærmere beskrivelse ikke. De anvendte ligninger er dog angivet i appendiks 10.

7.3.4 Model for en modstrømsvarmeveksler

De energimængder der overføres i en varmeveksler påvirkes gennem to forskellige effekter af de kapacitetsstrømme der gennemstrømmer veksleren. Således er de tidsrum hvorunder de to strømmende medier opholder sig og kan opvarmes eller afkøles i veksleren proportionale med de to kapacitetsstrømmes størrelser. Endvidere afhænger værdien af den midlede varmeoverføringskoefficient i veksleren af de samme to størrelser. Med hensyntagen til disse to effekter er en generel model for en modstrøms

pladevarmeveksler opstillet. De anvendte ligninger er angivet i appendiks 11.

Varmeoverføringskoefficienten i en varmeveksler er sammensat af to konvektive overgangstal samt en ledningsmodstand der eventuelt indeholder et foulingsbidrag. Idet alle variationer i de tre varmeoverføringsmodstande negligeres for fastholdte kapacitetsstrømme, udtrykkes den sammensatte og midlede varmeoverføringskoefficient i denne model ved en enkel relation.

I langt de fleste publicerede relationer for tvungne konvektive varmeovergangstal udtrykkes disse under turbulente strømningsforhold som værende proportionale med strømmingens Re -tal opløftet i $4/5$. Da turbulente strømningsforhold endvidere er langt de hyppigste i fornuftigt dimensionerede varmevekslere, antages denne afhængighed også at gælde i nærværende model. De to varmeovergangstal der indgår i denne udtrykkes således proportionalt med de aktuelle kapacitetsstrømme opløftet i $4/5$. For begge overgangstal anvendes den samme proportionalitetsfaktor. Den samlede varmeoverføringskoefficient kan således beregnes af de to aktuelle kapacitetsstrømme, en kendt proportionalitetsfaktor samt en given værdi for den overfor omtalte og konstante varmeledningsmodstand.

I modelbeskrivelsen forudsættes stationære driftsforhold, hvorved den væskefyldte vekslers varmekapacitet negligeres. Endvidere antages varmevekslingen at forløbe uden noget varmetab til omgivelserne.

På grundlag af de beskrevne antagelser kan de termiske forhold i en vilkårlig modstrømsvarmeveksler fastlægges ved en beregning efter NTU-metoden. Ved anvendelse af denne metode er en beregning af fysisk realistiske resultater hermed sikret.

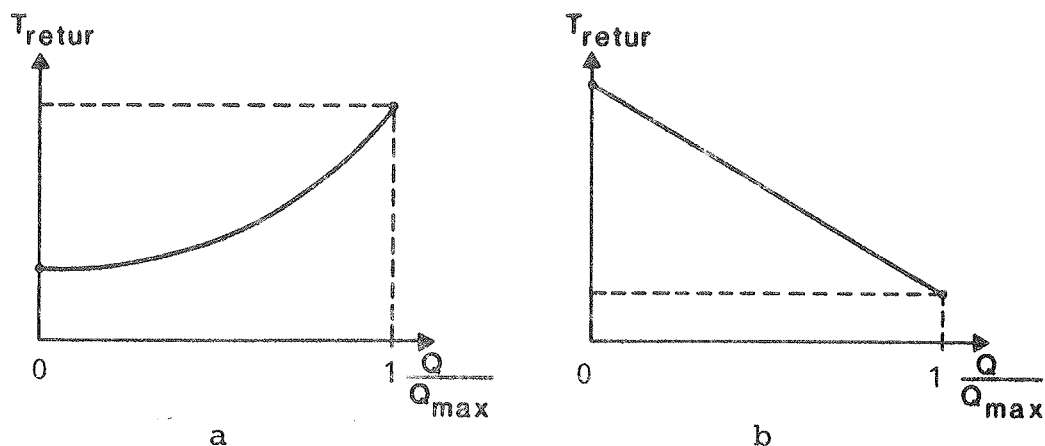
Modellen er implementeret således at de to udløbstemperaturer beregnes ud fra kendte indløbstemperaturer, kapacitetsstrømme samt de nødvendige og konstante specifikationer for en given varmeveksler.

7.3.5 Modeller for radiatorer og varmtvandsbeholdere

Simulering af varmeafgivelsen fra radiatorer og brugsvandsbeholdere under virkelige forhold i bebyggelser er altid behæftet med store usikkerheder. Trods en eventuel anvendelse af detaljerede modeller for enkeltstående radiatorer og brugsvandsbeholdere vil disse usikkerheder fremkomme. Dette forhold skyldes meget varierende og vanskeligt bestemmelige energiafgivelser og individuelle forbrugsmønstre knyttet til de enkelte radiatorer og brugsvandsbeholdere. På dette grundlag er to modeller der hver især er antaget at gælde for en gruppe radiatorer og brugsvandsbeholdere opstillet i dette arbejde. Af samme grund er modellerne meget enkle. De to modeller er baseret på de samme antagelser og beskrives derfor under et. De anvendte ligninger er angivet i appendiks 12.

I modellerne udtrykkes returløbstemperaturerne til det fjernvarmenet de respektive aggregattyper er antaget at være koblet til. I formuleringen af disse returløbstemperaturer er varmeoptagelser fra fjernvarmenettet endvidere forudsat at være kendte. Returløbstemperaturerne en endelig antaget at være uafhængige af fremløbstemperaturen til de to aggregattyper. Denne antagelse begrænser en anvendelse af modellerne til for-

hold hvorunder konstante eller meget lidt varierende temperaturer i fjernvarmenettets fremløbsrør foreskrives. På grundlag af de beskrevne forudsætninger er returløbstemperaturerne fra radiatorer og brugsvandsbeholdere udtrykt som funktioner af de ovenfor nævnte varmeoptagelser alene. Således er returløbstemperaturerne udtrykt ved forholdene mellem de to aktuelle og de to maksimale varmeoptagelser der kan forekomme. På figur 35 a og b er de antagede funktionssammenhænge for returløbstemperaturerne fra de to aggregatter vist.



Figur 35 a og b. Returløbstemperaturer fra radiatorer (a) og brugsvandsbeholdere (b) som funktion af varmeoptagelsen i disse.

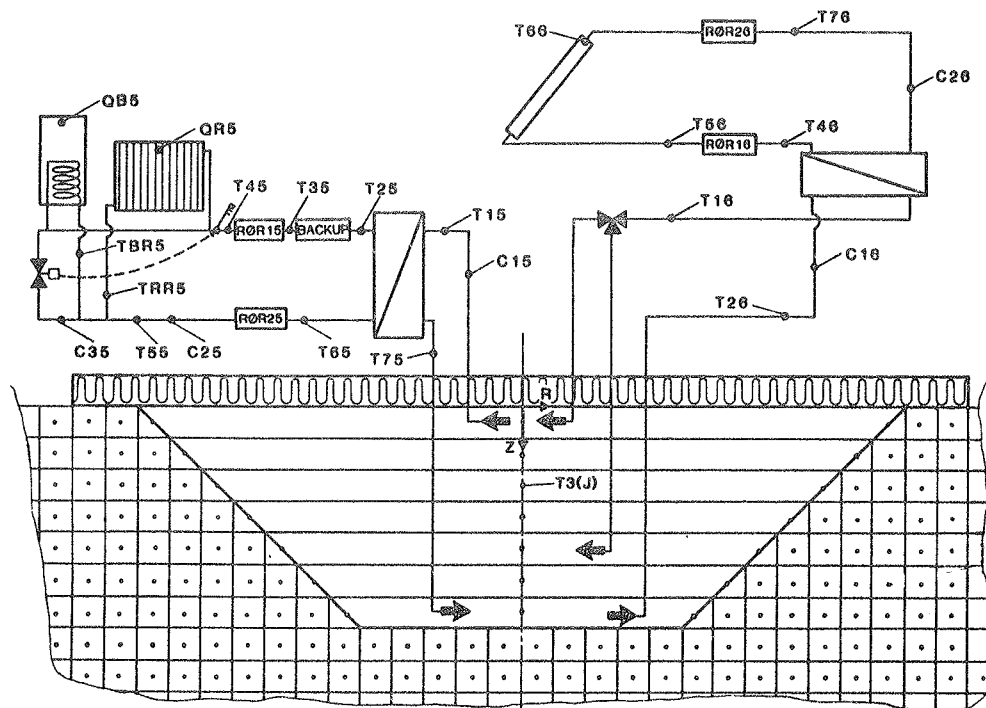
Returløbstemperaturen fra radiatorer er beskrevet ved et andengrads polynomium der indeholder en vandret tangent ved skæring med ordinataksen. Denne funktionssammenhæng er valgt da lignende karakteristiske forløb fremkommer i målinger af returløbstemperaturer for typiske radiatorer.

Returløbstemperaturen fra brugsvandsbeholdere er beskrevet ved en ret linje da et generelt og mere detaljeret forløb ikke kan fastlægges for uspecificerede varmtvandsbeholdere. To karakteristiske forhold, knyttet til opvarmningen af brugsvandsbeholdere, er dog repræsenteret i den rette linjes forløb. Således vil de største varmeoptagelser i varmtvandsbeholdere generelt forekomme i og umiddelbart efter de perioder hvorunder de største tapninger af varmt brugsvand finder sted. Under sådanne forhold vil større mængder koldt brugsvand tilføres ved bunden af beholderne, og det bedste grundlag for lave returtemperaturer til fjernvarmenettet vil være til stede. Ved små varmeoptagelser i varmtvandsbeholderne vil generelt højere temperaturer ved bunden af beholderne være dominerende. En større del af de energimængder der afgives fra fjernvarmenettet udgør brugsvandsbeholderens varmetab, og højere returtemperaturer kan derfor forventes.

7.3.6 Sammenkobling af delmodeller

Ved anvendelse af de beskrevne delmodeller kan forskellige samlede modelbeskrivelser for centrale solvarmeanlæg opstilles. Som følge af den anvendte modulbeskrivelse af selvstændige modeller for alle de enkelte anlægskomponenter er en sådan sammenkoblet formulering forholdsvis fleksibel. Ændringer af givne sammenkoblinger samt udarbejdelse af nye kan hermed lettere gennemføres.

I dette afsnit beskrives beregningsgangen i den sammenkoblede model der er anvendt i de simuleringer af centrale solvarmeanlæg der er udført i nærværende arbejde. Den anlægsudformning og driftsstrategi der er forudsat i den sammenkoblede model er beskrevet i indledningen til kapitel 7. Koblingen af de enkelte komponentmodeller er illustreret på figur 36.



Figur 36. Principskitse for sammenkobling af de enkelte komponentmodeller.

Som det fremgår af principskitsen er samtlige radiatorer og brugsvandsbeholdere antaget at være koblet til én og samme fjernvarmekreds. Denne er endvidere repræsenteret ved en frem- og en returløbsstrækning. De termiske forhold i jorden omkring de to rørstrækninger er forudsat at være upåvirkede af varmetabet fra disse. I beregninger hvor en typisk isoleringsstandard af rørforbindelserne foreskrives er denne tilnærmelse uden betydning, sammenholdt med den i helhed meget forenkede beskrivelse af et fjernvarmesystem. På grundlag af denne tilnærmelse kan modellen for en rørforbindelse endvidere direkte anvendes i beskrivelsen af de to rørstrækninger.

I modelbeskrivelsen af det samlede solfangerfelt, der er antaget at være opstillet i rækker, er dette repræsenteret ved en enkelt kollektor. Den indstråling, der kan nyttiggøres i kollektoren, findes derfor ved en vægtning af de direkte og diffuse strålingsbidrag der er tilgængelig for den første og de resterende solfangerækker. Denne forenkling vurderes kun at være af væsentlig betydning i beregninger hvor store ydelsesmæssige reduktioner, som følge af skyggeeffekter, kan forventes.

I den samlede modelbeskrivelse er koblingen af modellerne for damlageret og den omliggende jord udført som beskrevet i afsnit 7.2.4. Modellen for veldefinerede grænselagsstrømninger i damlageret er dog udeladt. Den eksplicitte formulering der er anvendt i lagermodellen indeholder væsentlige fordele i formuleringen af sammenkoblingen med de fire

energibærende kredse hvorigennem damlageret op- og aflades. De aktuelle forhold i disse kredse kan således fastlægges på grundlag af kendte lagertemperaturer.

Beregningen af de aktuelle forhold i solfangerkredsen og forbindelsen mellem denne og lageret indledes med en bestemmelse af den ovenfor nævnte vægtede indstråling på hele solfangerfeltet. De tre mulige driftsmæssige situationer der kan forekomme i disse to kredse behandles herefter én for én.

Er den netop fundne indstråling mindre end det foreskrevne driftskriterium for pumpen i solfangerkredsen, beregnes nye temperaturer for kollektorfeltet og de to hertil hørende rørforbindelser. I denne beregning forudsættes en stillestående pumpe i solfangerkredsen.

Er driftskriteriet for pumpen i solfangerkredsen opfyldt, udføres en ny beregning der baseres på en kendt gennemstrømning i solfangerfeltet og de to rørforbindelser. I denne nye beregning forudsættes en stillestående pumpe i kredsen mellem varmeveksleren og damlageret. Som følge af den implicitte formulering i modellerne for en solfanger og en rørforbindelse samt deres indbyrdes kobling givet ved en gennemstrømning forskellig fra nul er en iteration nødvendig.

Er den nu fastlagte temperatur før varmeveksleren større end den kendte temperatur i bunden af lageret, forkastes også den sidst fundne løsning, og endnu en ny beregning udføres. Denne næsten tilsvarende beregning, der dog nu indeholder en aktiv varmeudveksling mellem damlageret og solfangerkredsen, frembringes ved en lignende iterativ proces.

Beregningen af de aktuelle forhold i fjernvarmekredsen og forbindelsen mellem denne og lageret indledes med en bestemmelse af de to udløbstemperaturer fra samtlige radiatorer og brugsvandsbeholdere. De to mulige driftsmæssige situationer bestående af henholdsvis et lukket eller åbent omløb i fjernvarmekredsen behandles herefter én for én.

Under anvendelse af den foreskrevne indløbstemperatur i fjernvarmekredsens fremløbsrør beregnes den kapacitetsstrøm der netop giver den kendte udløbstemperatur der udgør grænsen mellem et åbent og et lukket omløb. Som følge af den anvendte formulering i modellen for en rørforbindelse indeholder denne beregning en iteration. Herefter undersøges om den beregnede kapacitetsstrøm ved den kendte udløbstemperatur kan mere end modsvare de aktuelle varmeoptagelser i radiatorer og brugsvandsbeholdere. Er denne betingelse opfyldt, antages omløbet at være åbent, og gennemstrømningen i dette bestemmes.

Er betingelsen ikke opfyldt, forudsættes omløbet at være lukket, og en ny og lignende beregning af sammenhørende værdier for kapacitetsstrømmen og udløbstemperaturen i fremløbsrør udføres således at de aktuelle forbrug netop dækkes. Denne nye beregning frembringes ved en tilsvarende iterativ proces.

På grundlag af den nu fastlagte gennemstrømning i radiatorer, brugsvandsbeholdere samt omløb bestemmes først den heraf vægtede indløbstemperatur, og dernæst den hertil hørende udløbstemperatur i fjernvarmekredsens returløbsrør.

De tre mulige driftstilstande der kan forekomme i varmeveksleren behandles herefter én for én.

Er den netop beregnede udløbstemperatur i fjernvarmekredsens returløb større end den kendte temperatur i toppen af lageret, forudsættes varmeveksleren ikke at være i drift. Under sådanne forhold tilføres den nødvendige energimængde i det ikke nærmere specificerede back-up-system.

Er den ovenfor nævnte betingelse ikke opfyldt, antages veksleren at være i drift, og varmeudvekslingen bestemmes i en beregning der forudsætter den for fjernvarmekredsen fundne kapacitetsstrøm på begge sider af veksleren. Er den herved beregnede udløbstemperatur fra veksleren i fjernvarmekredsen mindre end den ønskede værdi, tilføres den nødvendige supplerende energimængde i back-up-systemet.

Er den beregnede udløbstemperatur fra veksleren større end den ønskede værdi, udføres en ny beregning. I denne nye beregning afstemmes kapacitetsstrømmen mellem lageret og varmeveksleren således at den ønskede fremløbstemperatur i fjernvarmekredsen netop opnås. Som følge af de variable varmeovergangstal i modellen for varmeveksleren indeholder denne nye beregning en iteration.

Efter at de ovenfor beskrevne beregninger er fuldført, er de energi- og volumenstrømme hvorved lageret op- eller aflades fastlagte. Er forhold hvorunder lageret tilføres energi fra solfangerfeltet fundet, afgøres nu gennem hvilken af de to mulige indløbsdyser den beregnede energimængde skal tilføres i lageret. Herefter kan nye temperaturer i lageret og den omliggende jord bestemmes efter de tidligere beskrevne koblings- og beregningsprincipper.

I beregningerne af de aktuelle forhold i solfanger- og fjernvarmekredsen findes flere delløsninger som nævnt ved iterative processer. I alle tilfælde kan acceptable løsninger dog bestemmes ved et beskedent antal iterationer. Trods meget restriktive konvergenskriterier findes alle ønskede løsninger typisk ved 3-6 iterationer. En væsentlig forøgelse af beregningstiden for simuleringer med den sammenkoblede model som følge af disse iterative processer forekommer derfor ikke.

7.3.7 Vurdering af den sammenkoblede model

En verificering af den sammenkoblede model har ikke været mulig da et brugbart sammenligningsgrundlag ikke er fundet tilgængeligt. Det skal dog erindres at resultater beregnet med flere af de væsentligste delmodeller er vurderet ved sammenligning med relevante målinger samt værdier beregnet med andre modeller. På grundlag af de gode resultater der er opnået i disse sammenligninger samt de tilnærmelser og forenklinger der ligger til grund for den samlede modelbeskrivelse, vurderes mange forhold ved en konkret udformning af et centralt solvarmeanlæg at kunne undersøges. Disse forhold omfatter bl.a. præcise bestemmelser af termiske effekter ved en lang række variationer blandt de parametre der beskriver den givne anlægsudformning. Endvidere vurderes absolutte størrelser i form af forskellige ydelser, tab m.m. at kunne beregnes med en god nøjagtighed. Endelig vurderes undersøgelser af forskellige driftsstrategier og styringssystemer at være mulig. En sådan undersøgelse kan dog forudsætte mindre ændringer i det koblingsprincip der er anvendt i den foreliggende model.

7.4 Simuleringer af et konkret centralt solvarmeanlæg

I dette hovedafsnit beskrives en række årssimuleringer der er udført med den udviklede model. Udgangspunktet for disse simuleringer har været et konkret centralt solvarmeanlæg der sammen med en tæt-lav bebyggelse er planlagt opført i Herlev ved København. Dette centrale solvarmeanlæg vil som det første af sin art i Danmark formodentlig være i drift fra sommeren 89.

7.4.1 Data for det simulerede anlæg

På det tidspunkt hvor de udførte simuleringer blev påbegyndt var meget få beslutninger om den endelige udformning og størrelse af det centrale solvarmeanlæg samt den nye bebyggelse truffet. Således var kun et foreløbigt udkast til den samlede nyopførelse tilgængeligt. Dette udkast omfatter bl.a. nogle mulige udformninger og hoveddimensioner for det centrale solvarmeanlæg, samt et oplæg til den nye bebyggelses størrelse, konstruktion og placering. Endvidere indeholder dette udkast resultater af flere årssimuleringer hvori opvarmningsbehovet i formodede typiske boliger i den samlede nye bebyggelse er beregnet. Disse resultater, der er fundet med referenceåret som inddata, omfatter bl.a. tilgængelige timeværdier for de fundne opvarmningsbehov.

På grundlag af det foreløbige udkast til den samlede nyopførelse er de inddata, der er anvendt som udgangspunkt i de udførte simuleringer, anslået bedst muligt.

De benyttede værdier for opvarmningsbehovet i en typisk bolig er således bestemt ud fra de ovenfor nævnte timeværdier.

Det anvendte døgnforbrug af varmt brugsvand i en typisk bolig er endvidere antaget at være konstant gennem et simuleret år. Forbruget i det enkelte døgn er forudsat at følge et af Lawaetz (34) målt variationsmønster for et større antal boliger.

De jordtemperaturer der indgår i beregningen af fjernvarmesystemets varmetab er endelig antaget at variere med hver af de enkelte måneder en simulering omfatter. De anvendte månedsværdier for jordtemperaturerne er angivet af Bøhm (35).

Alle de udførte simuleringer er baseret på vejrdata der er indeholdt i referenceåret. I samtlige beregninger udgør den simulerede tid 4 år, opnået ved to forskellige tidsskridt på 2 og 0.5 timer i simuleringen af henholdsvis jorden omkring lageret og den resterende del af beregningsområdet. Simuleringerne er endvidere alle udført med en ækvivalent inddeling af lageret i 25 kontrolvoluminer. Den tilhørende inddeling af jorden omkring lageret indeholder 57 gange 44 kontrolvoluminer, hvis størrelse sikrer at de antagede adiabatisk randbetingelser også opnås.

De inddata der beskriver det konkrete centrale solvarmeanlæg og som er anvendt som udgangspunkt i de udførte simuleringer er angivet herunder.

Solfangerfelt:

Solfangerareal	1000 m ²
Antal rækker	4
Afstand mellem rækker	4.5 m
En solfangers højde (målt parallelt med dennes plan)	2.25 m
Hældning, mål fra vandret	40 °
Vinkel fra syd	0 °
Starteffektivitet	0.75
Varmetabskoefficient	3.0 W/m ² °C
Varmekapacitet	1000 J/m ² °C
Kapacitetsstrøm	34.6 W/m ² °C
Jordrefleksion	0.2
Driftskriterium for solfangerkreds, - indstråling større end	60 W/m ² °C
Indfaldsvinkel for diffus indstråling	60 °

Rørforbindelser i solfangerkreds:

Rør-Længde i fremløb til solfangerfelt (som funktion af solfangerareal)	35 + 0.11 · A m
Rør-Længde i returløb fra solfangerfelt	25 m
Varmetabskoefficient	0.297 W/m ² °C
Varmekapacitet	23300 J/m ² °C

Varmeveksler mellem solfangerkreds og lager:

Varmevekslereffektivitet	0.85
--------------------------	------

Damlager:

Lagerstørrelse	4000 m ³
Dybde	7.0 m
Radius ved top	18.4 m

Radius ved bund	7.9 m
Lagersidens anlæg	1.5
Varmekapacitet (50°C)	4180 J/kg $^{\circ}\text{C}$
Densitet (50°C)	988 kg/m 3
Varmedledningsevne (50°C)	0.641 W/m $^{\circ}\text{C}$
Dybde for øverste indløb fra solfangerfelt	0.14 m
Dybde for nederste indløb fra solfangerfelt	4.62 m
Dybde for udløb til solfangerfelt	6.86 m
Dybde for udløb til fjernvarmekreds	0.14 m
Dybde for indløb fra fjernvarmekreds	6.80 m

Isolering af lager:

Radius af topisolering	19.6 m
Tykkelse af isolering	0.5 m
Varmedledningsevne	0.05 W/m $^{\circ}\text{C}$
Varmeovergangstal mellem isolering og udeluft	25.0 W/m ^2C

Jorden omkring lageret:

Varmekapacitet	2.60 MJ/m ^3C
Varmedledningsevne	1.75 W/m $^{\circ}\text{C}$
Varmeovergangstal mellem jord og luft	25.0 W/m ^2C

Varmeveksler mellem fjernvarmekreds og lager:

Varmeoverførende areal	7.08 m 2
Varmedledningsmodstand for plade (inkl. foulingsbidrag)	8.68·10 $^{-5}$ $^{\circ}\text{Cm}^2/\text{W}$

Proportionalitetsfaktor for
konvektivt varmeovergangstal

$10,8 \text{ W}^{0.2}/\text{m}^2\text{C}^{0.2}$

Forbrug i bebyggelse:

Antal huse	68
Årsforbrug i rumopvarmning pr. hus	20500 MJ
Årsforbrug i varmt brugsvand pr. hus	8050 MJ
Maksimalt rumopvarmningsforbrug pr. hus	7580 W
Maksimalt varmt brugsvandsforbrug pr. hus	434 W

Temperaturforhold i fjernvarmekreds:

Minimal returtemperatur fra radiatorer	21.0 °C
Maksimal returtemperatur fra radiatorer	35.0 °C
Minimal returtemperatur fra brugsvandsbeholdere	20.0 °C
Maksimal returtemperatur fra brugsvandsbeholdere	45.0 °C
Minimal temperatur ved indløb i radiatorer og brugsvandsbeholdere (styring af omløb)	50.0 °C
Fikseret temperatur ved indløb i fjernvarmekreds	55.0 °C

Rørforbindelser i fjernvarmekreds:

Rørlængde i fremløb	500 m
Rørlængde i returløb	500 m
Varmetabskoefficient	$0.429 \text{ W/m}^{\circ}\text{C}$
Varmekapacitet	$18500 \text{ J/m}^{\circ}\text{C}$

De anvendte værdier for månedsmiddeltemperaturer i jorden omkring fjernvarmeforbindelserne er angivet i tabel 3. Værdierne er gældende for en dybde på 1 m.

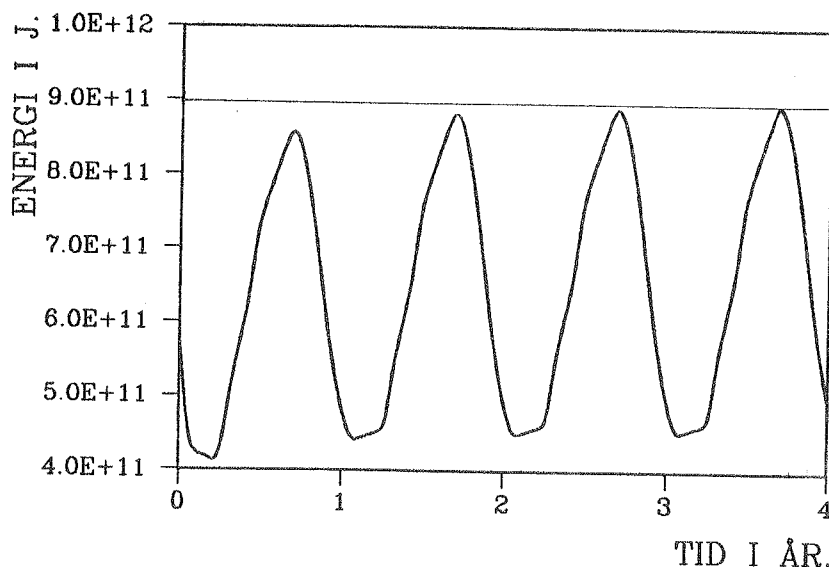
Måned	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Temp.	3.8	2.8	3.0	4.6	7.9	12.6	15.7	16.8	14.6	11.6	7.9	5.1	°C

Tabel 3. Månedsmiddeltemperatur i jorden omkring fjernvarmeforbindelser. Bøhm (35).

Ved anvendelse af de ovenfor beskrevne inddata er den første simulering af det centrale solvarmeanlæg udført. I flere supplerende simuleringer, baseret på andre tidsskridt og kontrolvolumeninddelinger af lager og den omliggende jord, er kun ubetydelige afvigelser fra den første simulering fundet. Som tidligere nævnt er alle de beregnede resultater der præsenteres i de følgende afsnit baseret på de tids- og kontrolvolumeninddelinger der er anvendt i den første simulering. På grundlag af de forklarede forhold vurderes alle disse resultater at være uafhængige af de anvendte inddelinger i tid og sted.

På de følgende sider er nogle karakteristiske forhold og resultater ved den første simulering vist og beskrevet.

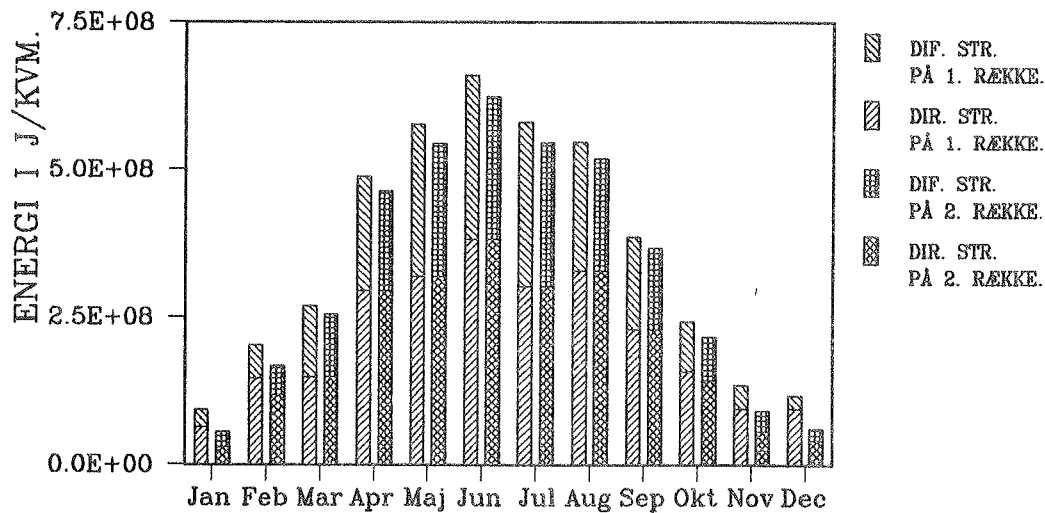
På figur 37 ses det beregnede energiindhold i damlageret gennem de 4 simulerede driftsår.



Figur 37. Beregnet energiindhold i lager gennem 4 simulerede driftsår. ($V_{\text{lager}} = 4000 \text{ m}^3$, $A_{\text{sol}} = 1000 \text{ m}^2$).

Som følge af den opvarmning, der på årsbasis finder sted af jorden omkring lageret, beregnes et voksende maksimum for det viste energiindhold i hvert af de 4 simulerede år. En eksakt årsstationær cyklus for de termiske forhold i lageret og den omliggende jord kan af samme grund aldrig beregnes. Resultater fra det sidste simulerede år kan dog med god tilnærmelse antages at gælde for en længere årrække. De resultater der præsenteres i de følgende afsnit er derfor alle knyttet til det 4. simuleringsår.

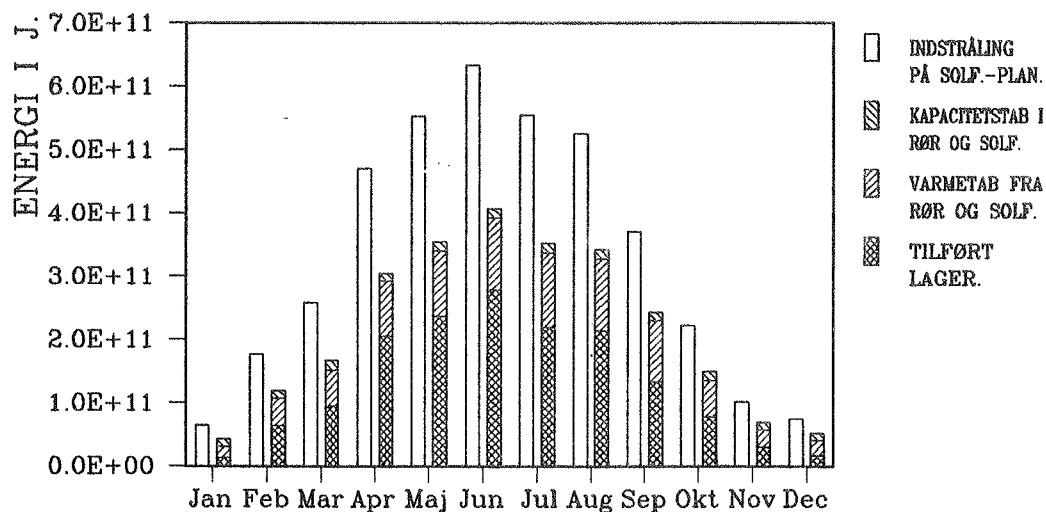
På figur 38 ses de beregnede og månedssummerede, direkte og diffuse, strålingsbidrag, der pr. arealenhed falder på den første og de resterende solfangerrækker.



Figur 38. Skyggeeffekter i et solfangerfelt vist ved de månedssummerede strålingsbidrag der falder på den første og de resterende kollektorrækker. ($V_{\text{lager}} = 4000 \text{ m}^3$, $A_{\text{sol}} = 1000 \text{ m}^2$).

De viste skyggeeffekter der er knyttet til de diffuse strålingsbidrag får ikke den indflydelse på de skyggepåvirkede kollektorerers ydelse som umiddelbart fremgår af figuren. Dette forhold skyldes at størstedelen af den diffuse stråling falder på solfangerfeltet i perioder hvor dette ikke er i drift. For det direkte bidrag, der udgør langt den væsentligste del af den samlede nyttiggjorte indstråling, er en skyggeeffekt kun beregnet i de 2 første og de 3 sidste måneder i det simulerede driftsår.

På figur 39 ses de fundne fordelinger af de månedssummerede indstrålede energimængder der sammenlagt falder på hele solfangerfeltets plan.



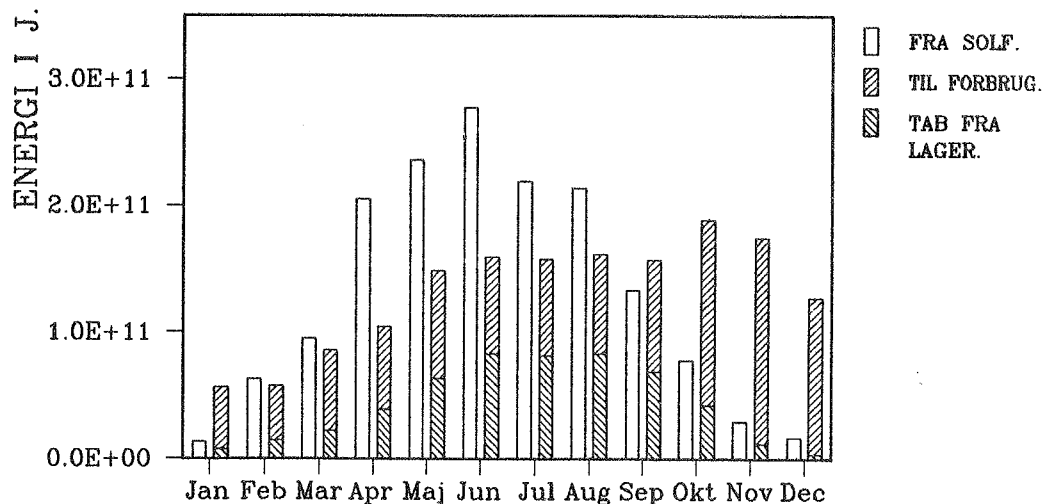
Figur 39. Fordelinger af de månedlige indstrålede energimængder der falder på hele solfangerfeltet. ($V_{\text{lager}} = 4000 \text{ m}^3$, $A_{\text{sol}} = 1000 \text{ m}^2$).

De viste varmetab for solfangerfeltet og de tilhørende rørforbindelser er defineret ved de summerede tab der finder sted fra disse anlægskomponenter til omgivelserne i de perioder hvor pumpen i solfangerkredsen er i drift. De viste kapacitetstab er givet ved det tilsvarende samspil med omgivelserne i de tidsrum hvor pumpen ikke er i drift. Med denne definition udtrykker disse kapacitetstab de energimængder der tilføres og oplagres i den termiske masse i solfangerkredsen og af samme grund ikke kan udnyttes.

Som følge af de ovenfor nævnte definitioner af varme- og kapacitetstab udgør højden af de højrestillede søjler den indstrålede energimængde der tilføres solfangerfeltet. Forskellen mellem de venstre- og højrestillede søjler udtrykker således den indstråling der falder på det samlede solfangerplan og hovedsagelig tabes ved refleksion.

I det sidste simulerede år er den samlede driftstid for pumpen i solfangerkredsen beregnet til 2980 timer. Heraf er lageret tilført energi gennem de 1090 timer hvor også pumpen i forbindelsen mellem lageret og solfangerkredsen er beregnet at være aktiv. Som tidligere beskrevet styres pumpen i solfangerkredsen efter den aktuelle indstråling på kollektorfeltet. Som følge af den store forskel mellem de nævnte driftstider vurderes et noget større driftskriterium for pumpen i solfangerkredsen at kunne anvendes uden nogen væsentlig reduktion af kollektorfeltets ydelse.

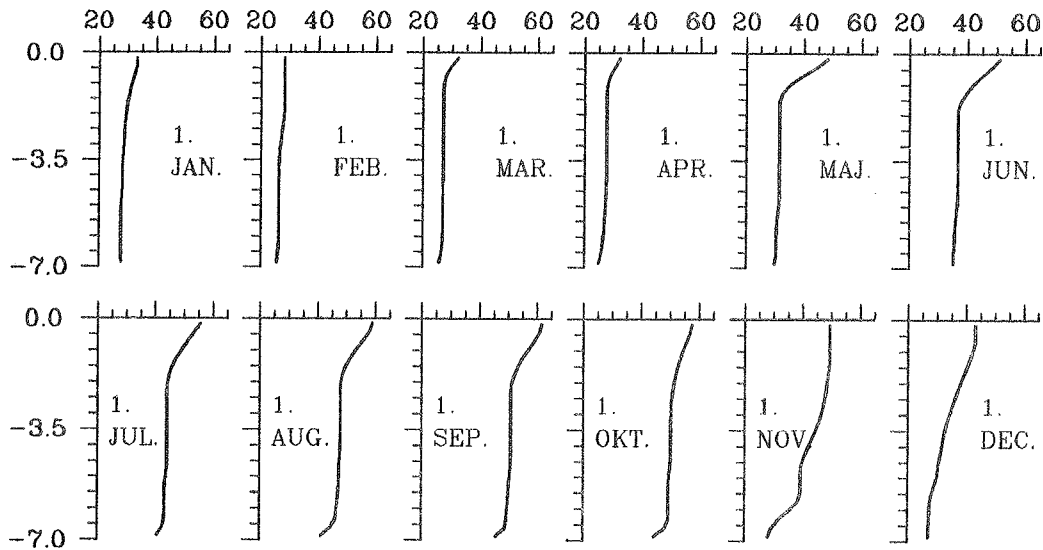
På figur 40 ses de fundne månedlige fordelinger mellem lagerets varmetab og afladning sammenholdt med de energimængder der tilføres fra solfangerkredsen.



Figur 40. Månedlige til- og bortførelse af energi i damlager.
($V_{\text{lager}} = 4000 \text{ m}^3$, $A_{\text{sol}} = 1000 \text{ m}^2$).

I månederne marts til og med august er større tilførte energimængder end der sammenlagt bortledes fra damlageret beregnet. I disse måneder oplades lageret. I de resterende måneder er energiindholdet i lageret faldende. Det meget beskedne tab i december skyldes at jorden omkring lageret er varmere end dette. Den energimængde der således tilføres fra den omliggende jord er dog mindre end det aktuelle tab gennem lagerets top til omgivelserne.

På figur 41 er de beregnede temperaturprofiler i lageret ved hvert månedsskift vist.

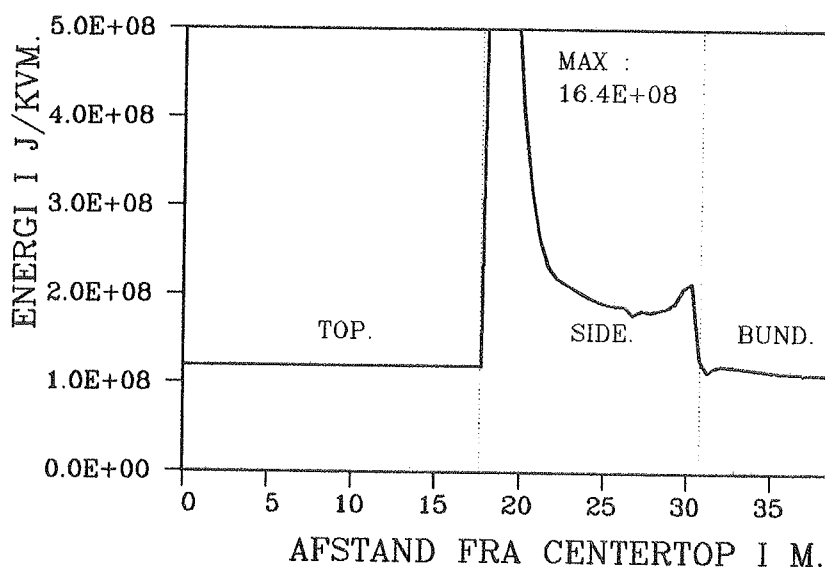


Figur 41. Termokliner i damlager ved hvert månedsskift.
($V_{\text{lager}} = 4000 \text{ m}^3$, $A_{\text{sol}} = 1000 \text{ m}^2$).

Effekten af de to indløbsdyser i lageret hvorigennem dette tilføres energi samt effekten af den foreskrevne driftsstrategi for lageret ses tydeligt på figuren. I forårmånederne hvor lagertemperaturerne er forholdsvis lave opnås således en ønskelig opvarmning af især de øverste vandmasser. Senere på året, hvor relativt høje temperaturer i disse vandmasser er opnået, er de perioder hvor større driftstemperaturer i solfangerkredsen forekommer forholdsvis sjældne. Herved tilføres lageret energi, hovedsagelig ved en opvarmning af de dybereliggende vandmasser. Ved en sådan opladning af lageret kan større dele af det aktuelle forbrug dækkes på et forholdsvis tidligt tidspunkt af året.

De højeste lagertemperaturer der er beregnet opnås i august-september og andrager kun godt 60°C . På dette grundlag forekommer det antagede solfangerareal at være for lille i forhold til det aktuelle lagers størrelse. En langt bedre udnyttelse af lageret synes således mulig ved en forøgelse af solfangerfeltets størrelse.

På figur 42 ses den beregnede fordeling af damlagerets årssummerede varmetab. Tabet er afbildet pr. arealenhed og som funktion af en akse der løber i grænsefladen mellem lagermediet på den ene side og det isolerende låg samt den omliggende jord på den anden side.

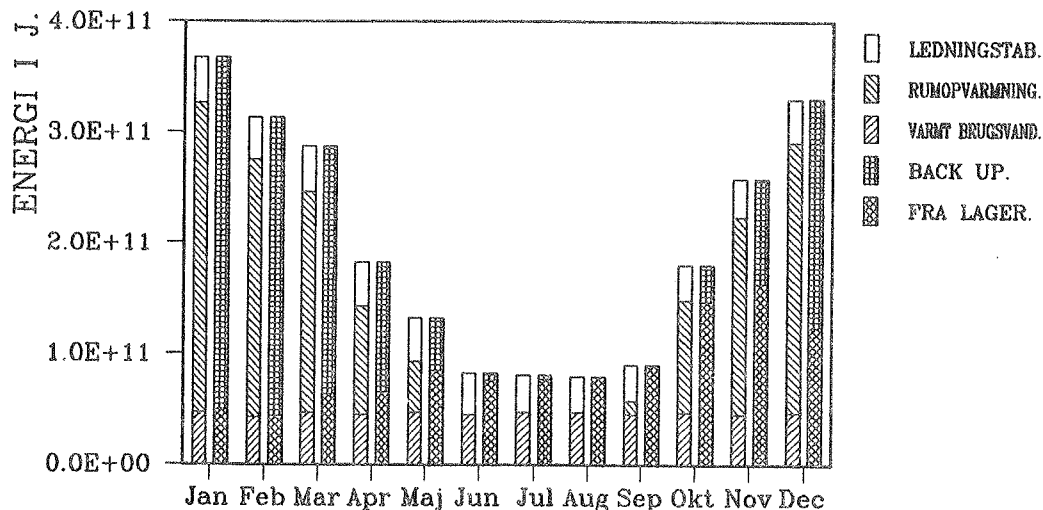


Figur 42. Lagerets varmetab langs grænsefladen mod det isolerende låg og den omliggende jord. ($V_{\text{lager}} = 4000 \text{ m}^3$, $A_{\text{sol}} = 1000 \text{ m}^2$).

Det store maksimum for varmetabet ved den øverste del af lagerets side skyldes to forhold. For det første er lageret antaget kun at være isoleret med en vandretliggende topisolering der blot dækker 1.3 m af jordoverfladen regnet fra lagerets kant. For det andet vil de forholdsvis store beregnede stratifikationer, der i lange perioder er at finde i de øverste vandmaser, fremkalde en energistrøm i jorden rettet mod de dybereliggende områder ved lagerets side. Idet jordens varmeledningsevne er væsentlig større end lagermediets, vil denne energitransport henholdsvis forøge og reducere varmetabet fra de øverste og de underliggende udsnit af lagerets side.

Ved en tilsvarende, men ikke nær så kraftig energistrøm, påvirkes varmetabet ved den nederste del af lagerets side og bund. Samspillet mellem de to beskrevne energistrømme giver det lokale minimum for tabet lidt under lagersidens midte. Samme sted ses en tilsvarende, men meget mindre effekt af de store lokale stratifikationer der ofte er beregnet omkring den nederste opladningsdyse.

På figur 43 ses beregnede fordelinger af de månedlige tab og forbrug i fjernvarmesystemet samt de energimængder der tilføres dette fra lager og back-up.



Figur 43. Månedlige tab og forbrug i fjernvarmesystem samt energitilførsler fra lager og back-up. ($V_{\text{lager}} = 4000 \text{ m}^3$, $A_{\text{sol}} = 1000 \text{ m}^2$).

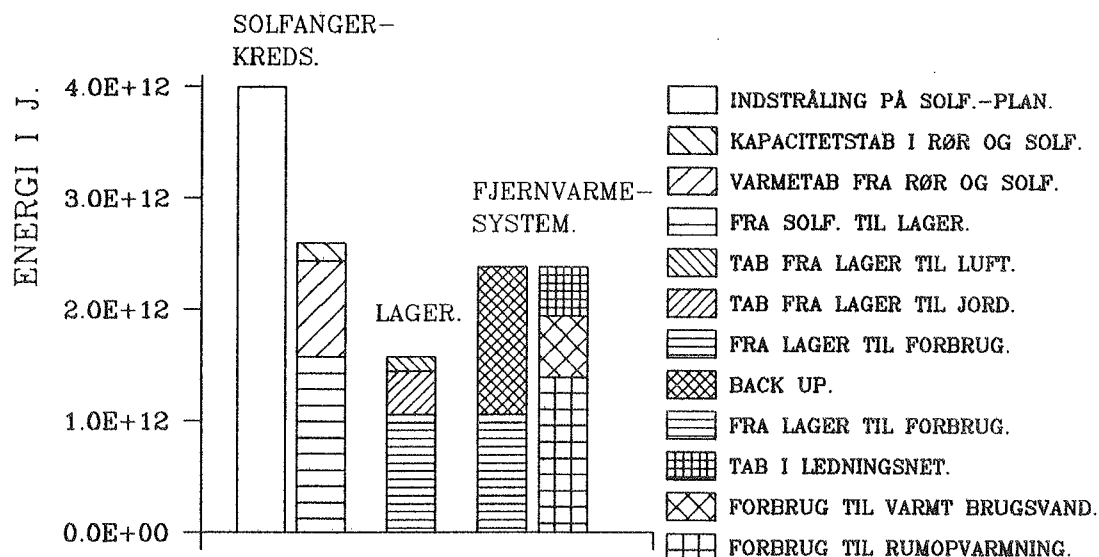
Trods de varierende temperaturer der er antaget i jorden omkring fjernvarmesystemets rørforbindelser er variationen mellem de månedlige ledningstab forholdsvis beskeden. Dette forhold skyldes at de beregnede og månedsmidlede temperaturer i fjernvarmekredsens returløbsrør også varierer. Som følge af forskellige gennemstrømninger i omløbet er de største temperaturer i returløbet således fundet i de sommermåneder hvor de højeste temperaturer i jorden også er foreskrevet.

I det sidste simulerede års drift er det samlede tidsrum hvorunder omløbet er åbent og gennemstrømmes af en større eller mindre vandmængde beregnet til 4070 timer. I de tre sommermåneder er omløbet således fundet at være permanent åbent, mens dette ikke er i funktion på noget tidspunkt i december og januar.

Den samlede driftstid for pumpen i rørforbindelsen mellem lageret og fjernvarmekredsen er endvidere beregnet til 8740 timer. Således udgør det tidsrum, hvor lageret ikke aflades, sammenlagt kun 20 timer, jævnt fordelt gennem månederne januar, februar og marts.

Som følge af de varierende gennemstrømninger i varmeveksleren mellem fjernvarmekredsen og lageret forløber denne energiudveksling ved varierende effektiviteter. Ved de foreskrevne specifikationer af vekslerens varmeovergangsforhold og areal er varmevekslereffektiviteter der varierer mellem 0.79 og 1.0 beregnet. De hertil hørende varmeovergangstal udgør henholdsvis 4610 og 1260 $\text{W/m}^2\text{°C}$.

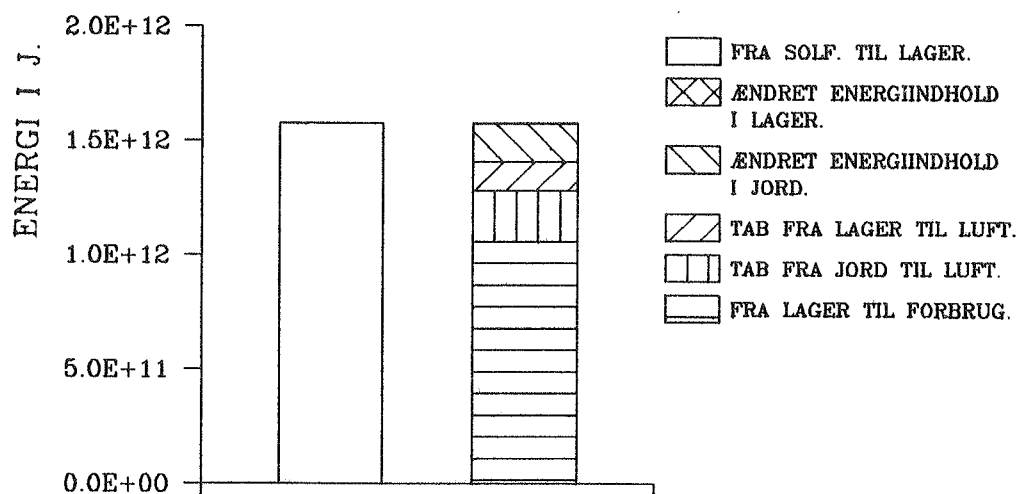
På figur 44 er den beregnede års-energibalance for solvarmecentralen og fjernvarmesystemet vist.



Figur 44. Årsbaseret energibalance for solvarmecentral og fjernvarmesystem. ($V_{\text{lager}} = 4000 \text{ m}^3$, $A_{\text{sol}} = 1000 \text{ m}^2$).

Den beregnede dækningsgrad for solvarmecentralen udgør 44%. Som tidligere nævnt vurderes en bedre udnyttelse af damlageret med en væsentlig højere dækningsgrad til følge at kunne opnås ved en forøgelse af solfan-gerfeltets areal.

På figur 45 ses endelig en årsbaseret energibalance for lageret og den omliggende jord.



Figur 45. Årsenergibalance for lager og den omliggende jord. ($V_{\text{lager}} = 4000 \text{ m}^3$, $A_{\text{sol}} = 1000 \text{ m}^2$).

I figurteksten er et bidrag der udtrykker ændringen i lagerets energi-indhold nævnt. Sammenlignet med de øvrige bidrag er dette meget beske-dent og ses derfor ikke på figuren.

De enkelte bidrag på figur 44 og 45 er så vidt muligt beregnet uafhængigt af hinanden. Derfor indeholder den sammensætning hvormed de viste bidrag er anbragt på de to figurer en kontrol af den aktuelle simulering. Således genfindes den energimængde der tilføres lageret fra solfangerfeltet i de øvrige viste og udspecificerede bidrag. En sådan kontrol er udført for samtlige simuleringer der præsenteres i de følgende afsnit.

7.4.2 Økonomisk vurdering af forskellige former og dimensioner af det konkrete damlagers isolering

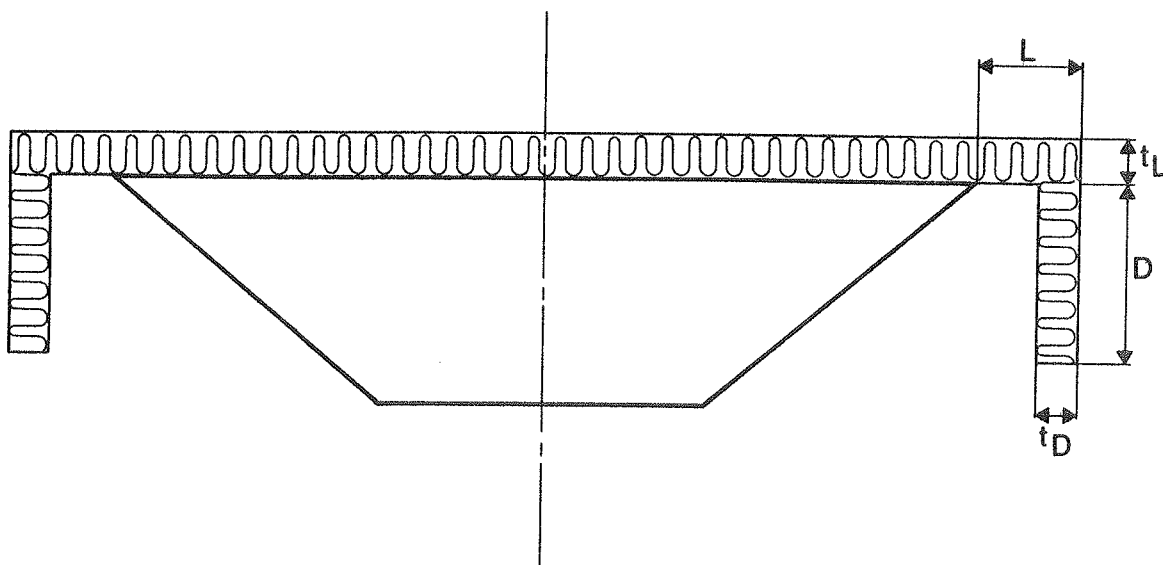
Med udgangspunkt i de anslåede inddata for det konkrete centrale solvarmeanlæg er forskellige isoleringstiltag for damlageret undersøgt. I flere simuleringsserier er varierende former og dimensioner af lagerets isolering foreskrevet. Ved anvendelse af de herved beregnede ydelser for solvarmecentralen er lønsomheden ved de forskellige isoleringstiltag vurderet. Vurderingen indeholder således flere antagelser der vedrører de økonomiske omstændigheder ved damlagerets opførelse og efterfølgende drift. Disse antagelser er behæftet med store usikkerheder der hermed også er knyttet til denne vurdering. En detaljeret bestemmelse af ændrede ydelser for solvarmecentralen ved meget små ændringer af damlagerets isolering er derfor fundet omsonst. På dette grundlag er vurderingen af lønsomheden ved de forskellige isoleringstiltag baseret på et forholdsvis beskedent antal simuleringer.

Det store beregnede maksimum for varmetabet langs lagerets grænseflade, der ses på figur 42, indikerer at en isolering af den øverste del af siden i lageret bør overvejes. En sådan isoleringsløsning vil dog være forbundet med store praktiske vanskeligheder under en opførelse af damlageret. Denne løsning er derfor ikke behandlet yderligere. Som erstatning herfor er en anden og konstruktionsmæssigt let udførlig løsning, givet ved en lodret anbragt isolering i jorden omkring lageret, undersøgt.

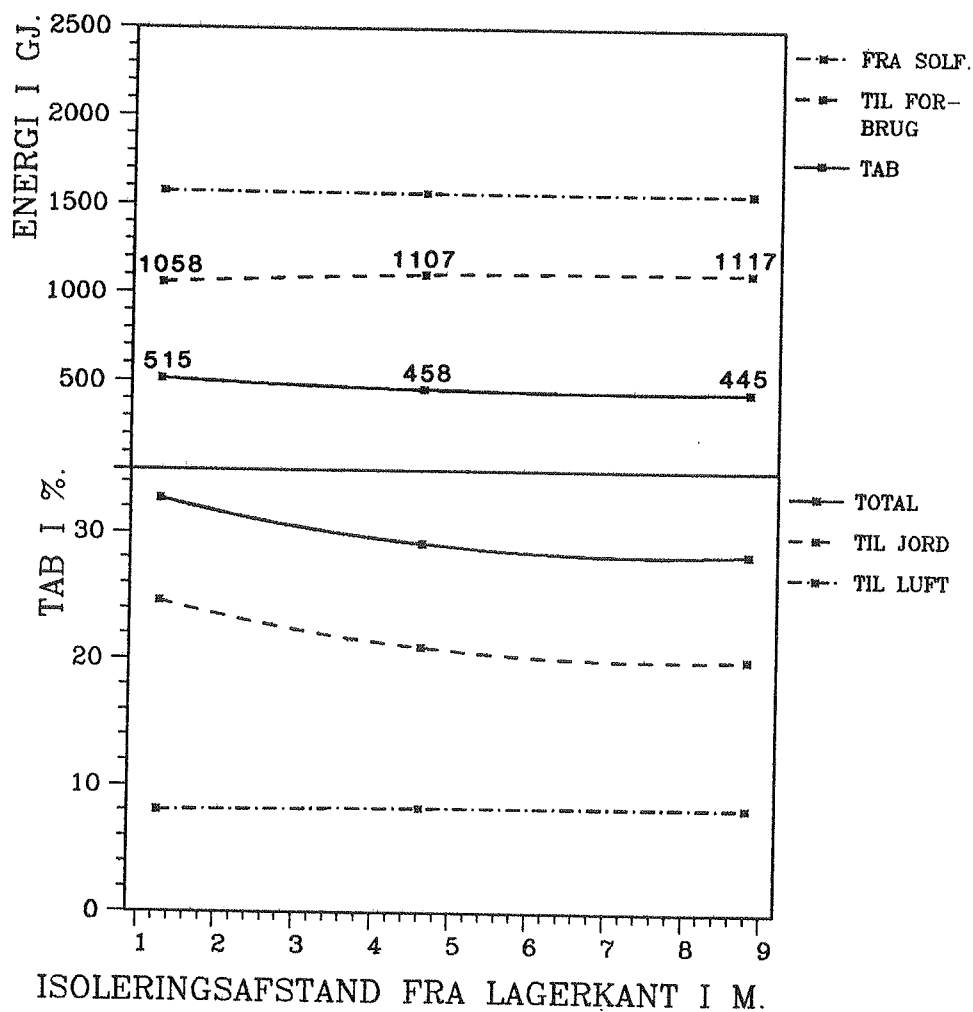
Formerne samt dimensionerne af de forskellige lagerisoleringer der er foreskrevet i de udførte simuleringer kan beskrives ved de 4 viste mål der er vist på figur 46.

Alle de udførte simuleringer er endvidere baseret på ét og samme isoleringsmateriale med en varmeledningsevne på $0.05 \text{ W/m}^{\circ}\text{C}$. Endelig er de beregnede resultater der præsenteres på de følgende sider gældende for det sidste af 4 simulerede driftsår.

I den første simuleringsserie er fladestørrelsen af damlagerets topisolering varieret. På figur 47 er de beregnede tabs- og ydelsesmæssige forhold i lageret vist som funktion af afstanden mellem topisoleringens og lagerets kant. De øvrige anvendte værdier for isoleringens form og dimensioner er nævnt under figurens tekst.

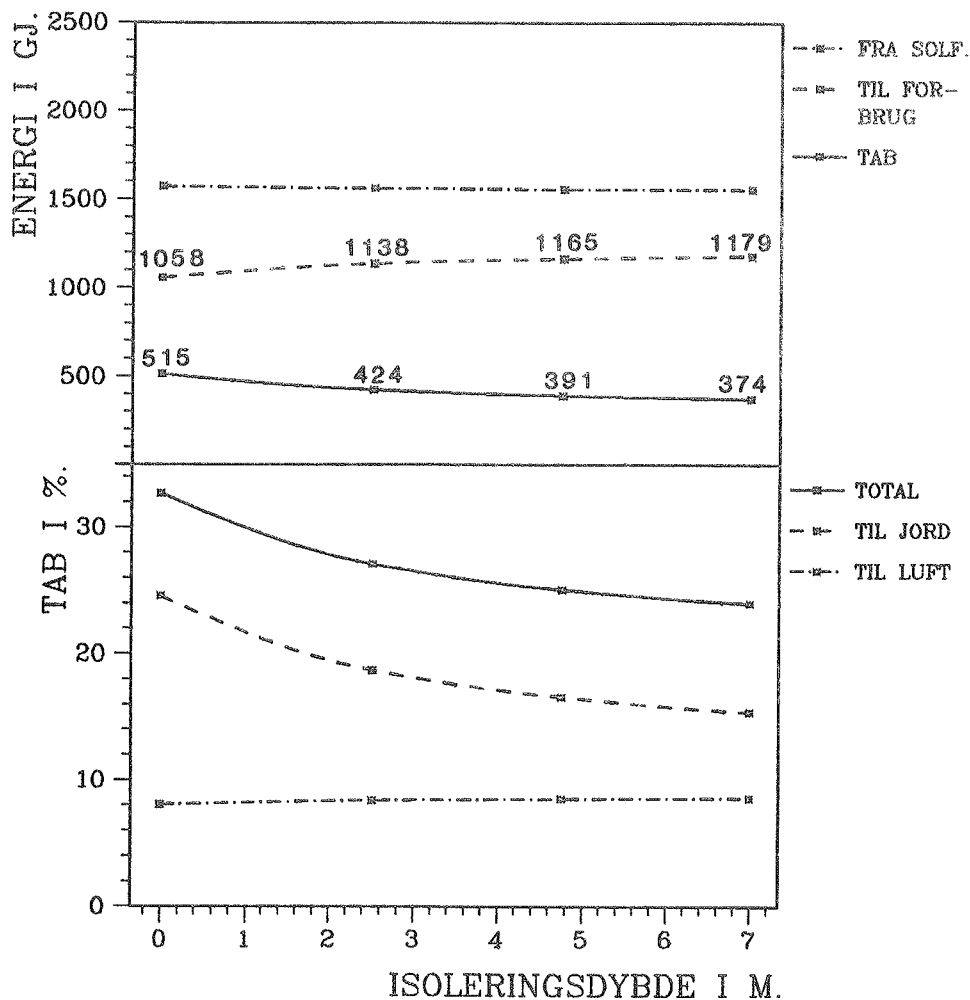


Figur 46. Beskrivelse af de undersøgte isoleringsløsninger.



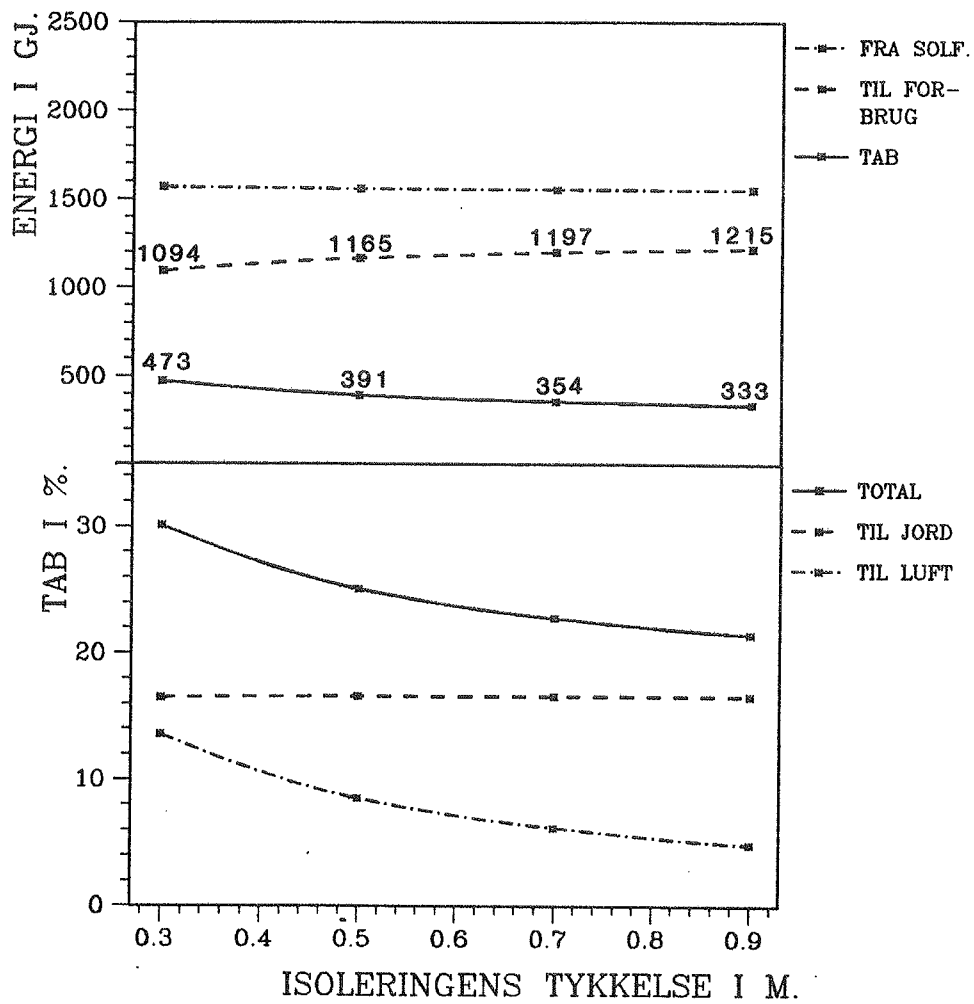
Figur 47. Tabs- og ydelsesmæssige forhold i damlager ved forskellige fladestørrelser af topisolering. ($V_{\text{lager}} = 4000 \text{ m}^3$, $A_{\text{sol}} = 1000 \text{ m}^2$, $t_L = 0.5 \text{ m}$, $D = 0 \text{ m}$, $t_D = 0 \text{ m}$).

Som det fremgår af figuren giver en forøgelse af topisoleringens udbredelse kun en mindre reduktion af lagerets samlede varmetab. En større reduktion opnås ved en lodret anbragt isolering i jorden omkring lageret. Dette forhold fremgår af en række simuleringer hvor forskellige dybder af en sådan lodret isolering er foreskrevet. Disse dybder svarer til 1/3, 2/3 og 3/3 af damlagerets samlede dybde. De beregnede resultater er vist på figur 48.



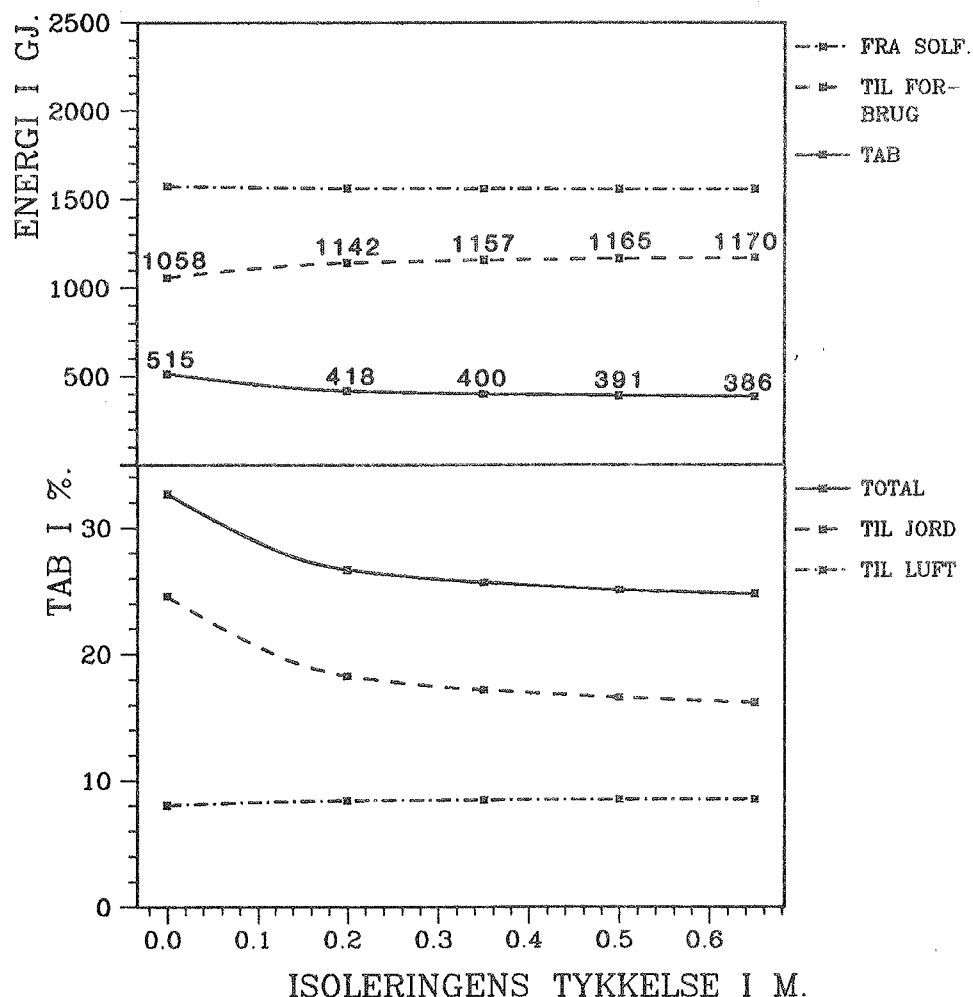
Figur 48. Tabs- og ydelsesmæssige forhold i damlager ved forskellige dybder af en lodret isolering. ($V_{\text{lager}} = 4000 \text{ m}^3$, $A_{\text{sol}} = 1000 \text{ m}^2$, $L = 1.3 \text{ m}$, $t_L = 0.5 \text{ m}$, $t_D = 0.5 \text{ m}$).

De største reduktioner af lagerets varmetab opnås ved de isoleringsmængder der er anbragt tættest ved jordoverfladen. De forholdsvis store beregnede reduktioner indikerer endvidere at en lodret isolering i jorden bør anvendes i forbindelse med damlagre af den her aktuelle størrelse. Derfor er denne isoleringsform forudsat i en beregning af de tabs- og ydelsesmæssige forhold i damlageret ved varierende tykkelser af lagerets topisolering. Resultaterne af disse simuleringer er vist på figur 49.



Figur 49. Tabs- og ydelsesmæssige forhold i damlager ved forskellige tykkelser af lagerets topisolering. ($V_{\text{lager}} = 4000 \text{ m}^3$, $A_{\text{sol}} = 1000 \text{ m}^2$, $L = 1.3 \text{ m}$, $D = 4.8 \text{ m}$, $t_D = 0.5 \text{ m}$).

På figur 50 ses tilsvarende resultater der er beregnet ved en variation af den lodrette isolerings tykkelse.



Figur 50. Tabs- og ydelsesmæssige forhold i damlager ved forskellige tykkelser af den lodrette isolering. ($V_{\text{lager}} = 4000 \text{ m}^3$, $A_{\text{sol}} = 1000 \text{ m}^2$, $L \sim 1.3 \text{ m}$, $D = 4.8 \text{ m}$, $t_L = 0.5 \text{ m}$).

De ovenfor beskrevne isoleringstiltag er hver især forbundet med større eller mindre beregnede forøgelse af solvarmecentralens årlige ydelser. De enkelte isoleringstiltag er endvidere forbundet med et varierende merforbrug af isoleringsmateriale. Disse forhold er sammenfattet i tabel 4 hvor alle de fundne forøgelse af solvarmecentralens ydelse er angivet pr. m^3 merisolering ved de aktuelle isoleringstiltag.

Parametervariation: Isolering langs jordoverflade					
L	1.3-4.6	4.6-8.8			m
Merydelse pr. m ³ merisolering pr. år	0.22	0.030			GJ/m ³ år
D = 0 m t _L = 0.5 m t _D = 0 m	60	8.4			kWh/m ³ år

Parametervariation: Dybde af lodret isolering					
D	0-2.5	2.5-4.8	4.8-7.0		m
Merydelse pr. m ³ merisolering pr. år	0.50	0.20	0.10		GJ/m ³ år
L = 1.3 m t _L = 0.5 m t _D = 0.5 m	140	54	28		kWh/m ³ år

Parametervariation: Tykkelse af topisolering					
t _L	0.30-0.50	0.50-0.70	0.80-0.90		m
Merydelse pr. m ³ merisolering pr. år	0.29	0.13	0.073		GJ/m ³ år
L = 1.3 m D = 4.8 m t _D = 0.5 m	80	36	20		kWh/m ³ år

Parametervariation: Tykkelse af lodret isolering					
t _D	0-0.20	0.20-0.35	0.35-0.50	0.50-0.65	m
Merydelse pr. m ³ merisolering pr. år	0.72	0.17	0.091	0.056	GJ/m ³ år
L ~ 1.3 m t _L = 0.5 m D = 4.8 m	201	47	25	16	kWh/m ³ år

Tabel 4. Solvarmecentralens årlige merydelser pr. m³ merisolering ved forskellige isoleringstiltag for damlager. De angivne værdier er beregnet på grundlag af de resultater der er vist på figur 48, 49, 50 og 51. (V_{lager} = 4000 m³, A_{sol} = 1000 m²).

Sammenholdes de angivne værdier i tabellen, synes en lodret isolering i jorden omkring lageret umiddelbart at være en fornuftig isoleringsløsning. En mere præcis vurdering af dette forhold samt en optimering af lagerisoleringens øvrige form og dimensioner fordrer et kendskab til en lang række økonomiske aspekter ved det centrale solvarmeanlægs opførelse og efterfølgende drift. En sådan optimering bør endvidere indgå som et led i en totaloptimering af hele det centrale solvarmeanlægs udformning, med det sigte at opnå den laveste leveringspris på energi til de aktuel-

le forbrugere. Med de usikkerheder der er forbundet med en fastsættelse af pris, levetid m.m. for de enkelte komponenter i det samlede anlæg synes en totaloptimering ikke at være mulig.

Damlagerets isolering er derfor vurderet på grundlag af en anslået udgift ved en investering i et af de ovenfor beskrevne isoleringstiltag samt en værdisættelse af de medfølgende merydelser for solvarmecentralen. Det skal fremhæves at store usikkerheder er knyttet til denne vurdering.

I fastsættelsen af udgiften for et isoleringstiltag antages dette at være finansieret gennem et indeksannuitetslån. Ved finansiering af energibesparende foranstaltninger indeholder denne kontantlånsform sammenlignet med et almindeligt annuitetslån væsentlige fordele for låntageren. Således opnås gennem afdragsperioden en mere reel samhørighed mellem de beløb der af låntageren enten må betales som ydelse på lån eller ved undladelse af investeringen, som udgift til brændsel. Ved antagelse af denne finansieringsform påvirkes nærværende vurdering endvidere ikke af den fremtidige inflation.

Den dagsaktuelle værdi af den energi der spares ved en merisolering af lageret er anslået til 0.45 kr/kWh inkl. moms. Værdien svarer til den pris en forbruger i dag må betale for naturgas eller fyringsolie, indfyret og nyttiggjort i en nyere velfungerende kedel.

I vurderingen af damlagerets isolering er det oplagt at dette må forsynes med en isolerende topafdækning. En yderligere reduktion af lagerets tab kan opnås ved en merisolering af topafdækningen eller ved en lodret isolering i jorden omkring lageret. Den største og dyreste arbejdsbyrde vurderes at være knyttet til en lodret isolering i jorden. Et billigere isoleringsmateriale formodes dog at kunne anvendes ved dette isoleringstiltag. På dette grundlag er den samme pris på et vilkårligt isoleringstiltag anslået til 900 kr/m³ inkl. moms. Heraf bidrager staten med et tilskud på 30%, hvorefter den reelle udgift for bygherren udgør 630 kr/m³.

En energibesparende foranstaltning kan i dag finansieres ved et indeksannuitetslån med en årlig kontantlånsrente (realrente korrigeret for kurstab og låneomkostninger) på 3% og en løbetid der udgør 20 år. Idet lageret og isolering formodes at have en levetid der overstiger 20 år, antages en afskrivningstid for et isoleringstiltag at svare til lånets løbetid. Den reelle værdi (nuværdi) af ydelsen ved finansieringen af et isoleringstiltag på 1 m³ udgør under disse lånebetingelser 42.35 kr/m³år.

Forudsættes den fremtidige energiprisstigning at følge inflationen, er et isoleringstiltag på 1 m³ hermed lønsomt hvis dette medfører en forøget årsydelse fra solvarmecentralen på 94 kWh/m³år. En stigningstakt på de fremtidige energipriser, svarende til inflationen, synes dog urealistisk. Således vurderes en reel energiprisstigning (prisstigning ud over inflationen) at være mere sandsynlig.

Antages en reel energiprisstigning kendt, kan værdier svarende til det nævnte lønsomhedskriterium på 94 kWh/m³ bestemmes ud fra de herved fastlagte fremtidige års reelle energipriser. I tabel 5 er værdier for sådanne lønsomhedskriterier angivet. Værdierne er beregnet på grundlag af reelle energipriser gældende for henholdsvis det 1. og det 20. år af afskrivningsperioden.

Reel energiprisstigning	0	1	2	3	4	5	%
Lønsomhedskriterium ved det 1. års energipriser	94	93	92	91	91	90	kWh/m ³ år
Lønsomhedskriterium ved det 20. års energipriser	94	77	63	52	43	36	kWh/m ³ år

Tabel 5. Lønsomhedskriterier for et isoleringstiltag beregnet på grundlag af reelle energipriser i det 1. og det 20. år i en 20 år lang afskrivningsperiode.

Som det fremgår af tabellen er lønsomheden ved et isoleringstiltag tæt knyttet til den fremtidige udvikling i de reelle energipriser. En forudsigelse af denne udvikling gennem den 20 år lange afskrivningsperiode er ikke mulig. Derfor er et lønsomhedskriterium antaget der skønnes at være rimeligt ved mindre fremtidige reelle energiprisstigninger. Vurderingen af damlagerets isolering er således baseret på et lønsomhedskriterium der udgør 80 kWh/m³år.

På grundlag af de angivne værdier i tabellen og det antagede kriterium vil en merisolering ikke udgøre nogen lønsom investering i de første driftsår. Ved en fremtidig reel energiprisstigning større end 1% vil en indtjening dog opnås i den sidste del af afdragsperioden. Størrelsen af et lønsomhedskriterium som defineret ovenfor kan derfor påvirkes af den værdi en formodet merudgift i de første driftsår samt en senere indtjening tillægges. Ud over dette forhold kan et sådant lønsomhedskriterium påvirkes af bygherrens skattemæssige stilling. Således kan et reduceret lønsomhedskriterium anvendes i vurderingen af damlagerets isolering, hvis bygherren kan opnå et skattemæssigt fradrag e.l. af indeksslånets omkostninger. Set i relation til de store usikkerheder der i helhed er knyttet til denne økonomiske vurdering er de to sidstnævnte forhold dog uden reel betydning.

Sammenholdes det antagede lønsomhedskriterium på 80 kWh/m³år med de angivne værdier i tabel 4, fremstår en lodret isolering i jorden omkring lageret klart som en lønsom investering. På samme grundlag vurderes en dybde for den lodrette isolering på 4.8 m svarende til ca. 2/3 af lagerets dybde samt en hertil hørende tykkelse på 0.25 m at være økonomisk forsvarlig. Endvidere skønnes en isoleringstykkelse for lagerets topafdækning på ca. 0.5 m ligeledes at være lønsom. Det skal erindres at de nævnte dimensioner alle er knyttet til et isoleringsmateriale med en varmeledningsevne på 0.05 W/m°C. Endelig skal det fremhæves at en bedre udnyttelse af den lodrette isolering formodentlig kan opnås ved en fordeling, således at isoleringens tykkelse aftager med afstanden fra jordoverfladen. Denne mulighed er dog ikke undersøgt nærmere i dette arbejde.

Isoleres det konkrete damlager efter de dimensioner der er beskrevet ovenfor, vil forholdsvis høje temperaturer forekomme i jorden mellem lageret og den lodrette isolering. En forøgelse af afstanden mellem den lodrette isolering og lageret kan muligvis udnyttes som en prisbillig forøgelse af lagerets samlede kapacitet. Dette forhold er undersøgt i en simuleringsserie, hvor denne afstand er varieret. Resultaterne af disse simuleringsserier indeholder dog en reduktion af solvarmecentra-

lens årsydelse ved en voksende afstand mellem lagerets kant og den lodrette isolering. Den reducerede årsydelse skyldes en forøgelse af varmetabet fra lageret.

På grundlag af de fundne resultater synes det oplagt at den minimale afstand mellem lagerets kant og en lodret isolering i jorden omkring dette bør tilstræbes. Udover en bedre ydelse fra solvarmecentralen opnås herved også et mindre forbrug af isoleringsmateriale. Af konstruktions- og styrkemæssige årsager er en vis størrelse af den aktuelle afstand dog nødvendig.

I den beskrevne vurdering af damlagerets isolering er lagerets dimensioner fastholdt. En ændring af disse dimensioner ved et fastholdt volumen kan muligvis medføre et mindre forbrug af isoleringsmateriale. Prisen på isoleringsmateriale udgør en væsentlig del af de samlede omkostninger ved en opførelse af lageret. De samme forhold er gældende for den mængde plastliner der anvendes som beklædning af lagerets sider og bund samt ved konstruktion af lagerets isolerende topafdækning. En ændring af lagerets dimensioner vil endvidere påvirke de tabs- og ydelsesmæssige forhold i damlageret. De ovenfor nævnte forhold er derfor alle taget i betragtning i en simuleringsserie hvor damlagerets dimensioner er varieret, men volumen fastholdt.

I de enkelte simuleringer er formen og de dimensioner af lagerets isolering, der er fundet økonomisk forsvarlige, fastholdt i forhold til damlagerets facon. Dybden af den lodrette isolering er således fastholdt ved $\frac{2}{3}$ af lagerets dybde. I variationen af lagerets dimensioner er lagersidens anlæg endvidere fastholdt på 1.5. Denne disposition er valgt da et mindre anlæg, og dermed en større hældning af lagerets side, formodentlig ikke kan tillades af styrkemæssige hensyn.

I tabel 6 er de beregnede forbrug af isoleringsmateriale samt lagerets fladearealer mod den isolerende topafdækning og den omliggende jord angivet ved forskellige variationer af damlagerets dimensioner. Endvidere er de tilhørende beregnede tabs- og ydelsesmæssige forhold i damlageret opgivet i tabellen.

Lagerets dybde	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0	m
Radius ved toppen af lager	19.6	18.8	18.4	18.1	18.0	17.9	m
Radius ved bund af lager	12.1	9.8	7.9	6.1	4.5	2.9	m
Volumen af isole- ringsmateriale	792	763	753	755	765	780	m ³
Areal med topafdækning	1202	1114	1063	1033	1016	1009	m ²
Areal mod jord	1352	1278	1238	1217	1209	1207	m ²
Tab fra lager	451	426	410	400	394	390	GJ/år
Ydelse til forbrugere	1115	1136	1149	1157	1161	1165	GJ/år

Tabel 6. Forbrug af isoleringsmateriale, fladearealer mod topafdækning og jord samt tabs- og ydelsesmæssige forhold ved forskellige dimensioner af damlager. ($V_{\text{lager}} = 4000 \text{ m}^3$, $A_{\text{sol}} = 1000 \text{ m}^2$, $L = 1.3 \text{ m}$, $D = 2/3 \cdot \text{lagerets dybde}$, $t_L = 0.5 \text{ m}$, $t_D = 0.25 \text{ m}$)

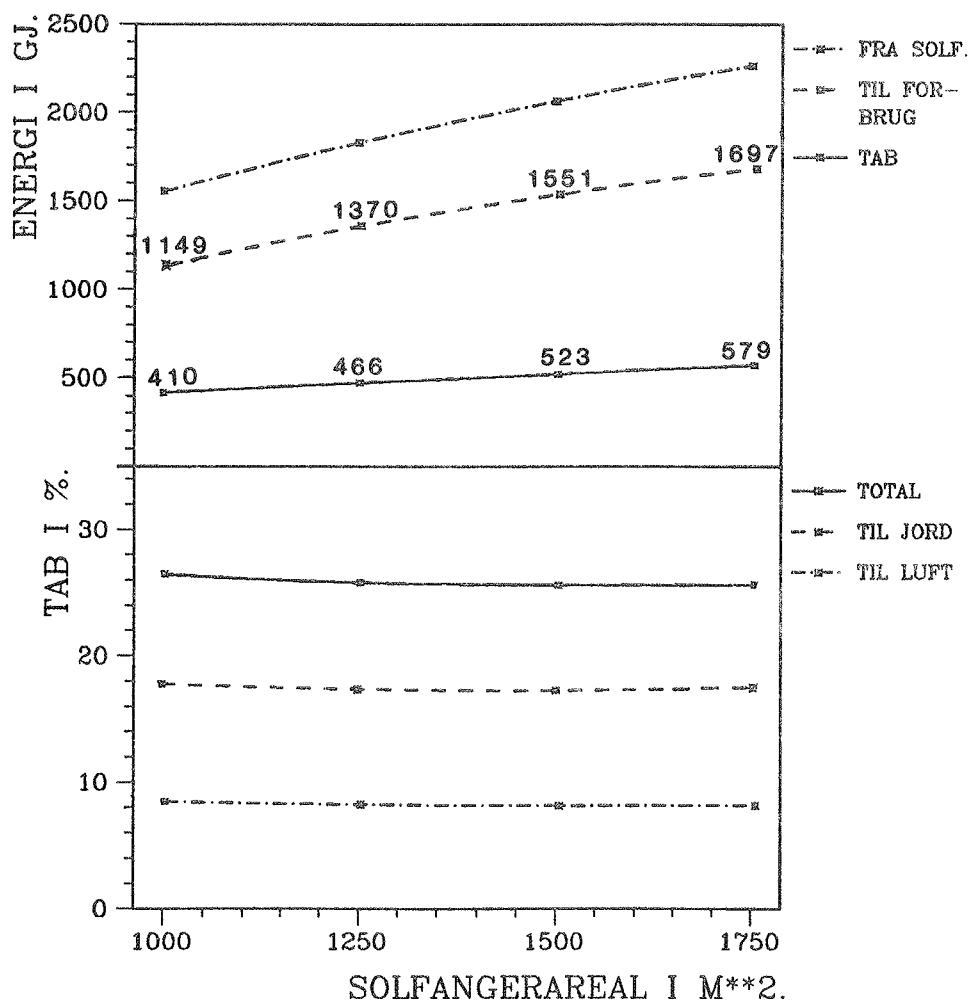
Som det fremgår af tabellen opnås et minimalt forbrug af isoleringsmateriale ved de lagerdimensioner der indeholder en dybde på 7.0 m og er anvendt i den økonomiske vurdering af lagerets isolering. Sammenholdes alle de angivne værdier i tabellen, vurderes en større dybde af lageret at være en billigere og ydelsesmæssigt bedre geometrisk løsning. Den reduktion af lagerets samlede pris samt den ydelsesmæssige forbedring der kan opnås ved en ændring af de tidligere benyttede dimensioner for lageret formodes dog at være meget beskedne. Disse dimensioner er derfor fastholdt i den resterende del af dette arbejde.

Det skal fremhæves at geodætiske forhold som strømmende grundvand i en vis dybde under jordens overflade kan ændre de lagertab og ydelser der er angivet i tabel 6 radikalt.

Størrelsen af de inddata der er anvendt i den økonomiske vurdering af damlagerets isolering er som tidligere nævnt anslået på grundlag af et foreløbigt udkast til det konkrete centrale solvarmeanlæg. Ved den lagerisolering der er fundet økonomisk forsvarlig er solvarmecentralens dækningsgrad endvidere bestemt til 48%. De hertil hørende højeste lagertemperaturer er kun beregnet til godt 65°C . Derfor udgør en investering i et større solfangerareal en oplagt mulighed for en bedre udnyt-

telse af lageret samt en væsentlig forøgelse af solvarmecentralens dækningsgrad. Ved en sådan disposition vil de tabs- og ydelsesmæssige forhold i lageret ændres, og større dimensioner af damlagerets isolering vil kunne forsvares.

På figur 51 ses resultatet af en simuleringsserie hvor forskellige forøgede solfangerarealer er foreskrevet. De viste tabs- og ydelsesmæssige forhold i damlageret er beregnet på grundlag af de isoleringsdimensioner der er fundet i den økonomiske vurdering af lagerets isolering.



Figur 51. Tabs- og ydelsesmæssige forhold i damlager ved forskellige forøgede solfangerarealer. ($V_{\text{lager}} = 4000 \text{ m}^3$, $L = 1.3 \text{ m}$, $D = 4.8 \text{ m}$, $t_L = 0.5 \text{ m}$, $t_D = 0.25 \text{ m}$).

Som det fremgår af figuren er variationen af lagerets procentvise tab stort set uafhængigt af det varierende solfangerareal. Forsynes solvarmecentralen med et større solfangerareal, kan dette forhold udnyttes i en overslagsmæssig revurdering af de dimensioner for lagerets isoleringer der er fundet økonomisk forsvarlige. Ønskes fx en dækningsgrad for solvarmecentralen på omkring 80%, må ydelsen fra denne forøges ca. 65%. Som følge af det næsten konstante procentvise lagertab kan værdierne i tabel 4 forøges med 65% og en ny vurdering af damlagerets isolering udføres. Det skal her understreges at denne fremgangsmåde kun umiddel-

bart er brugbar ved mindre ændringer af de isoleringsdimensioner der er foreskrevet i beregningen af resultaterne vist på figur 51.

En bedre udnyttelse af det konkrete damlager ved den oprindeligt antagne størrelse af solfangerfeltet kan opnås ved en reduktion af lagerets størrelse. Ved en sådan disposition vil højere temperaturer opnås i lageret med en ændring af de tabs- og ydelsesmæssige forhold i dette til følge. Udover denne effekt vil et relativt højere lagertab forekomme, idet lagerets samlede overflade i forhold til dets volumen forøges. En sådan ændring af damlagerets specifikke overflade er dog forholdsvis lille ved moderate ændringer af lagerets volumen. Reduceres damlagerets størrelse således fra 4000 til 3000 m³, vil forøgelsen af den specifikke overflade kun udgøre ca. 10%. Den udførte vurdering af damlagerets isolering kan derfor også anvendes for moderate variationer af den lagerstørrelse der er forudsat i vurderingen. Ved en sådan reduktion bør der dog tages hensyn til det heraf følgende forhøjede temperaturniveau i lageret.

Mange af de forudsætninger og antagelser der er benyttet i den økonomiske vurdering af damlagerets isolering er forbundet med store usikkerheder. Den manglende viden om det centrale solvarmeanlægs endelige udformning bevirker at de væsentlige usikkerheder ikke kun er knyttet til de økonomiske forudsætninger og antagelser. På grundlag af de beskrevne forudsætninger, antagelser og resultater synes en revurdering af damlagerets isolering, inden for visse rammer, dog at være mulig.

7.4.3 Økonomisk optimale størrelsesforhold mellem det konkrete damlager og solfangerfelt

Som beskrevet i forrige afsnit forekommer forholdet mellem de anslåede størrelser af henholdsvis damlageret og solfangerfeltet i den konkrete solvarmecentral at være for stort. En mere økonomisk fornuftig investering formodes således at kunne opnås ved en reduktion af dette størrelsesforhold.

Trods de store usikkerheder, der især er forbundet med en prissættelse af forskellige størrelser af damlageret og solfangerfeltet, er en bestemmelse af økonomisk optimale størrelsesforhold mellem disse hovedanlægskomponenter forsøgt. Et sådant forhold er defineret som sammenhørende værdier for damlagerets volumen og solfangerfeltets areal, hvorved en given ydelse fra solvarmecentralen opnås, ved den mindst mulige investering.

Prissættelse af damlageret er udført med udgangspunkt i de samlede udgifter hvormed Laboratoriet for Varmeisolering 500 m³ store forsøgslager er opført. Prisen af det komplette forsøgslager er efter opførelsen opgjort til 500000 kr ekskl. moms. Hansen, Hansen og Ussing (36) vurderer endvidere at merudgiften ved et forøget volumen af forsøgslageret vil udgøre ca. 200 kr/m³ ekskl. moms. På grundlag af disse værdier er prisen for det her aktuelle damlager udtrykt som funktion af lagerets volumen og inkl. moms anslået til:

$$488000 + 244 \cdot V_{\text{lager}} \text{ kr (inkl. moms)}$$

Prisen for solfangerfeltet er anslået ud fra et tilbudsmateriale for et 1080 m² stort kollektorfelt der er planlagt opstillet og koblet, gennem

en varmeveksler, til et eksisterende fjernvarmenet. Tilbudsmaterialet indeholder en udspecificering af alle de udgifter der må påregnes inden kollektorer, rørforbindelser, pumper, varmeveksler m.m. er i drift. Prisen af disse anlægskomponenter er alle influeret af det pågældende kollektorfeltets størrelse. Da de samme komponenter yderligere indgår i den her aktuelle solvarmecentral, er udgiften ved køb og installering af disse medregnet i den anslåede pris for solfangerfeltet. På dette grundlag er prisen for solfangerfeltet som funktion af feltets areal og inkl. moms anslået til:

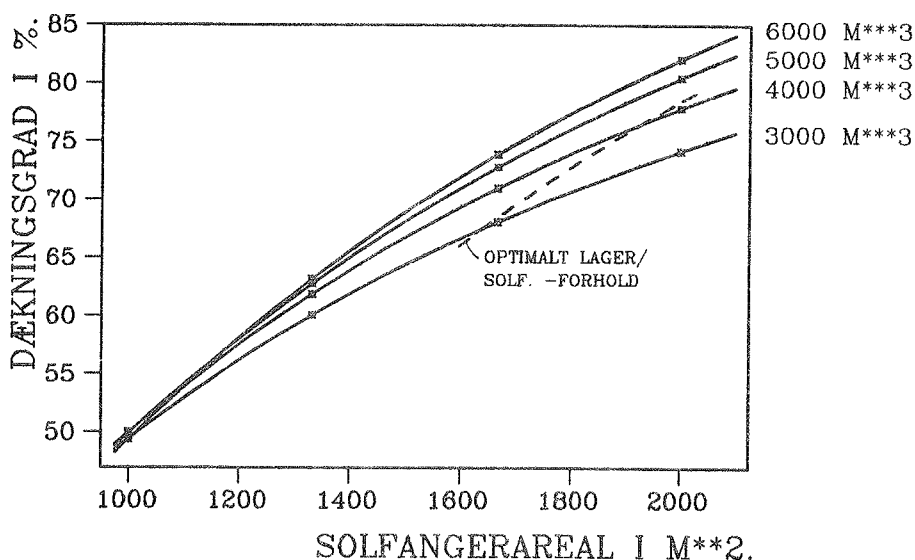
$$1110000 + 1560 \cdot A_{\text{sol}} \text{ kr (inkl. moms)}$$

Idet de nævnte anlægskomponenter er indeholdt i de to anslåede prisudtryk udgør summen af disse en meget enkel relation for solvarmecentralens samlede pris.

I bestemmelse af optimale størrelsesforhold for damlageret og solfangerfeltet er afskrivningen af alle anlægskomponenter i solvarmecentralen antaget at finde sted efter de samme betingelser. Eventuelle forskelle i levetid for de enkelte komponenter er således ikke medregnet, og anlægsinvesteringer udregnet efter de to prisudtryk er derfor tillagt samme værdi.

Som nævnt ovenfor formodes en mere økonomisk fornuftig investering at kunne opnås ved en reduktion af størrelsesforholdet mellem damlagerets volumen og solfangerfeltets areal. På dette grundlag og sammenlignet med de dimensioner af lagerets isolering der i forrige afsnit fandtes at være økonomisk forsvarlige er større isoleringsdimensioner antaget. Således er tykkelserne på damlagerets isolerende topafdækning og den lodrette isolering i jorden omkring lageret forøget til henholdsvis 0.7 og 0.35 m. I variationer af damlagerets størrelse er dybden af den lodrette isolering fastlagt som 2/3 af damlagerets samlede dybde. De øvrige data for damlagerets isolering er uændret. I variationer af lagerets størrelse er det tidligere anvendte forhold mellem lagerets dimensioner endeligt fastholdt.

I 16 simuleringer, af 4 års drift for det centrale solvarmeanlæg, er forskellige kombinationer af damlagerets volumen og solfangerfeltets areal foreskrevet. De beregnede dækningsgrader for solvarmecentralen i det sidste simulerede års drift er vist på figur 52. Ved anvendelse af de anslåede prisudtryk er sammenhørende værdier for lagerets og solfangerfeltets størrelse samt solvarmecentralens dækningsgrader og pris beregnet. Ved interpolation mellem disse sammenhørende værdier er de størrelsesforhold mellem damlageret og solfangerfeltet, der ved en given dækningsgrad medfører den laveste investering, fastlagt. De fundne optimale størrelsesforhold er ligeledes vist på figur 52.



Figur 52. Solvarmecentralens dækningsgrader ved forskellige størrelser af damlager og solfangerfelt samt økonomisk optimale størrelsesforhold mellem disse hovedanlægskomponenter. ($L = 1.3$ m, $D = 2/3 \cdot \text{lagerets dybde}$, $t_L = 0.7$ m, $t_D = 0.35$ m).

Som tidligere nævnt er store usikkerheder knyttet til bestemmelsen af de optimale størrelsesforhold. Trods disse usikkerheder er det åbenlyst at de anslåede størrelser af damlageret og solfangerfeltet, som andrager henholdsvis 4000 m^3 og 1000 m^2 , udgør en meget dårlig kombination. Denne omstændighed fremgår ikke kun af den store afstand mellem disse anslåede størrelser og de optimale størrelsesforhold. Således er næsten de samme dækningsgrader beregnet ved det anslåede solfangerareal og alle de 4 undersøgte lagerstørrelser. Sådanne små forskelle vil aldrig forekomme ved variationer af velvalgte størrelser af damlageret og solfangerfeltet. De meget lidt varierende dækningsgrader skyldes i alle 4 tilfælde et underdimensioneret solfangerfelt.

Som det fremgår af figuren kan en dækningsgrad på 75% for solvarmecentralen beregnes ved den anslåede lagerstørrelse på 4000 m^3 samt et solfangerareal på 1850 m^2 . Denne kombination udgør endvidere et optimalt størrelsesforhold. Den nævnte dækningsgrad kan dog også beregnes ved andre kombinationer af lagerets størrelse og solfangerfeltets areal. I tabel 7 er solvarmecentralens pris ved disse mulige kombinationer angivet.

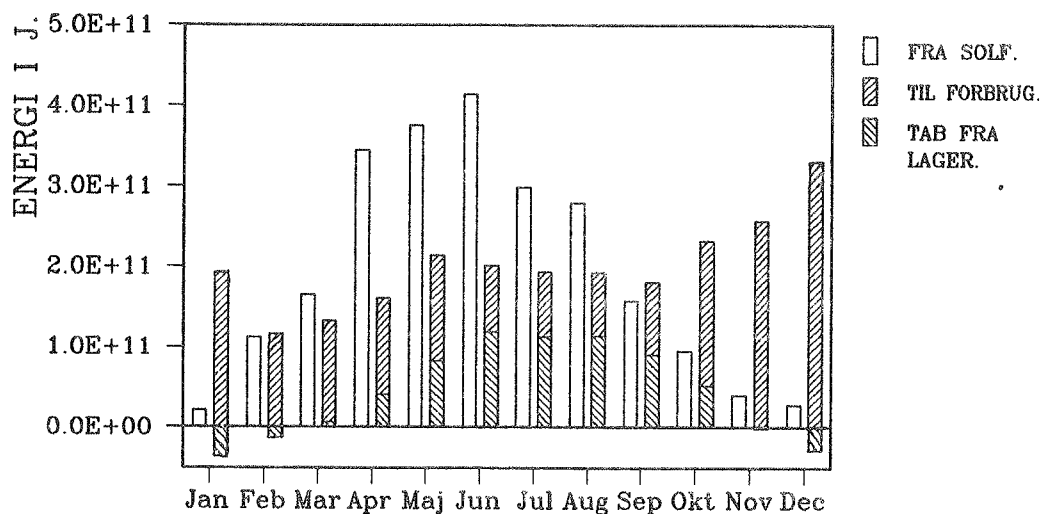
V_{lager}	3000	4000	5000	6000	m^3
A_{sol}	2060	1850	1750	1710	m^2
Solvarmecentralens pris	5540	5460	5550	5730	$10^3 \cdot \text{kr (inkl. moms)}$

Tabel 7. Solvarmecentralens pris ved forskellige kombinationer af lagerets og solfangerfeltets størrelse der giver en dækningsgrad på 75%.

Som det fremgår af tabellen, varierer solvarmecentralens pris kun meget lidt ved de angivne værdier af lagerets volumen og solfangerfeltets areal. Inden for visse rammer er et valg af størrelser for disse to prismæssigt væsentligste anlægskomponenter derfor uden større betydning. Dette forhold afbøder endvidere de store usikkerheder der er forbundet med fastlæggelsen af den viste kurve for optimale størrelsesforhold. Denne kurve vurderes derfor udmærket at kunne anvendes i en vurdering af størrelsesforhold mellem damlageret og solfangerfeltet i den konkrete solvarmecentral.

Kombinationen af damlagerets anslåede størrelse på 4000 m^3 , og et solfangerareal på 1850 m^2 udgør som nævnt et optimalt størrelsesforhold. På de følgende sider er nogle resultater af en simulering præsenteret hvor denne kombination er foreskrevet. De øvrige inddata, der er anvendt i simuleringen, svarer til dem der er benyttet i bestemmelsen af optimale størrelsesforhold.

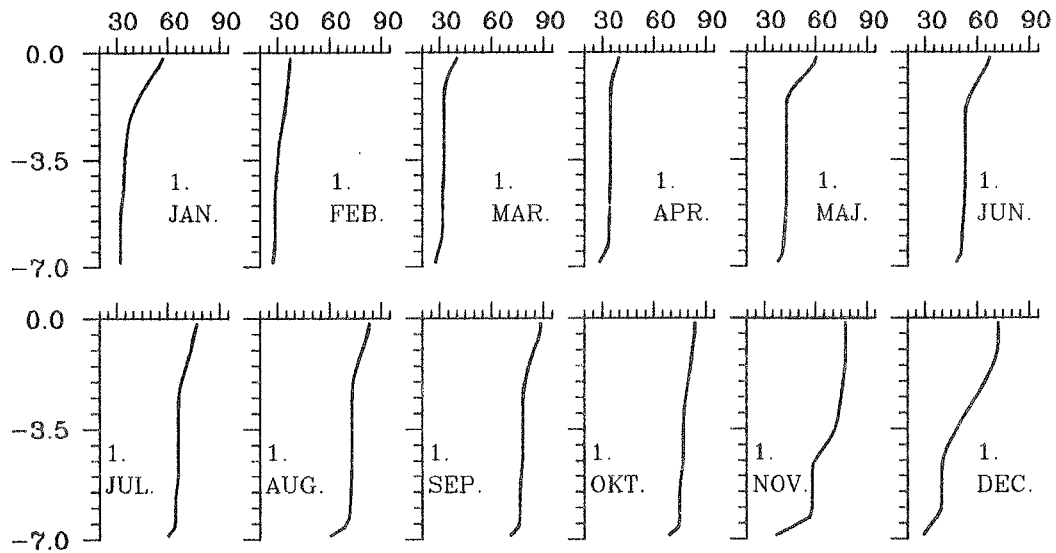
På figur 53 ses de fundne månedlige fordelinger mellem lagerets tab og afladning sammenholdt med de energimængder der tilføres lageret fra solfangerkredsen.



Figur 53. Månedlige til- og bortførelse af energi i damlager.
($V_{\text{lager}} = 4000 \text{ m}^3$, $A_{\text{sol}} = 1850 \text{ m}^2$).

I flere af vinterhalvårets måneder er lagerets afladning og den heraf følgende afkøling så kraftig at jorden omkring lageret beregnes at være varmere end lagermediet. I månederne januar, februar samt november og december er de energimængder der herved tilføres lageret fra den omliggende jord større end de aktuelle tab gennem lagerets isolerende topafdækning.

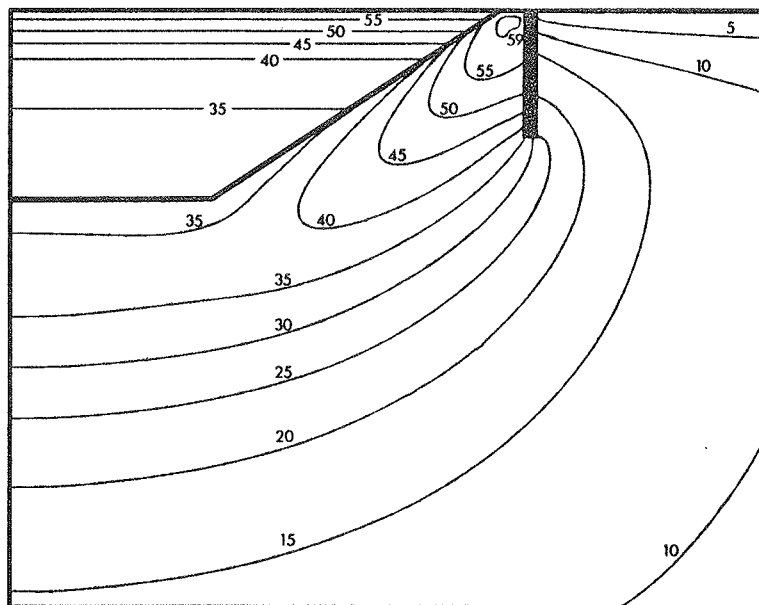
På figur 54 er de beregnede temperaturprofiler i lageret ved hvert månedsskift vist.



Figur 54. Termokliner i damlager ved hvert månedsskift.
($V_{\text{lager}} = 4000 \text{ m}^3$, $A_{\text{sol}} = 1850 \text{ m}^2$).

Som følge af det væsentligt forøgede solfangerareal opnås en langt bedre udnyttelse af damlagerets kapacitet. Således andrager de højeste lagertemperaturer, der opnås i september, nu ca. 90°C .

På figur 55 ses isotermer der er udtegnet på grundlag af beregnede temperaturer i lageret og et udsnit af jorden omkring dette. Isothermerne er gældende ved årsskiftet mellem det 3. og 4. simulerede års drift.

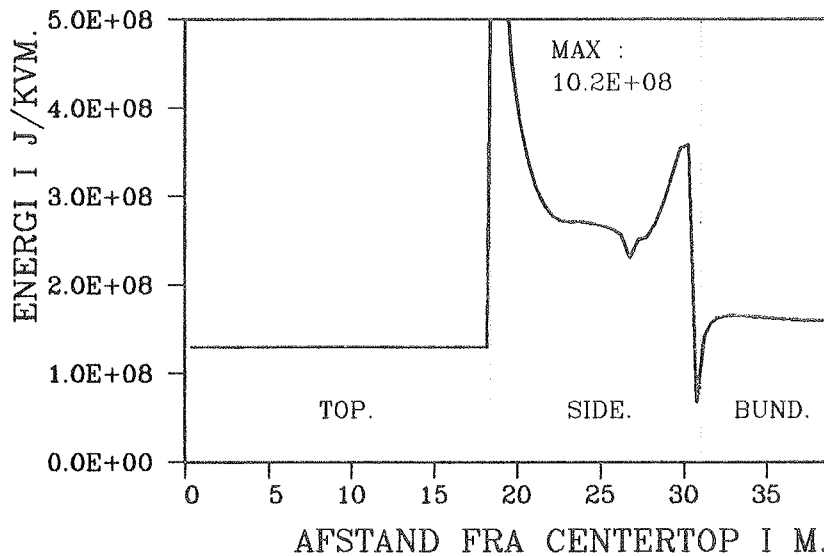


Figur 55. Isothermer udtegnet for en del af det samlede beregningsområde og gældende ved årsskiftet mellem 3. og 4. simulerede års drift. ($V_{\text{lager}} = 4000 \text{ m}^3$, $A_{\text{sol}} = 1850 \text{ m}^2$).

Som tidligere nævnt er en opvarmning af lageret fra den omliggende jord beregnet ved det pågældende tidspunkt. Denne opvarmning fremgår tyde-

ligt af figuren. Endvidere illustrerer figuren den energistrøm som er beregnet at finde sted i jorden ved lagerets side, og som er rettet mod dybereliggende jordlag. En sådan energistrøm er til stede i de perioder af den simulerede driftstid hvor lodrette stratifikationer forekommer i damlageret. Disse perioder omfatter således størstedelen af den samlede simulerede driftstid. Den aktuelle energistrøm har derfor stor indflydelse på fordelingen af lagerets varmetab langs lagerets side.

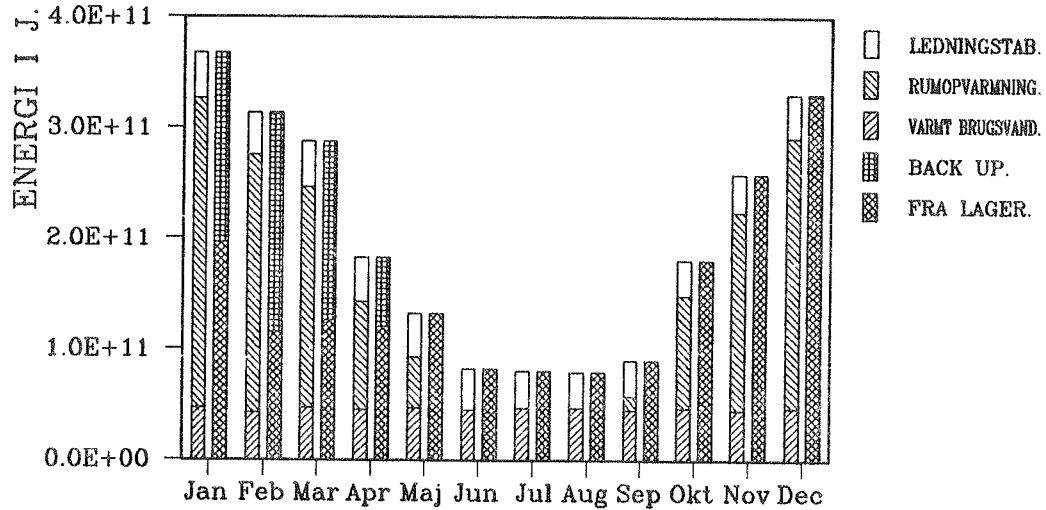
På figur 56 ses den beregnede fordeling af lagerets årssummerede varmetab. Tabet er afbildet pr. arealenhed og som funktion af en akse der løber i grænsefladen mellem lagermediet på den ene side og det isolerende låg samt den omliggende jord på den anden side.



Figur 56. Lagerets årssummerede varmetab langs grænsefladen mod det isolerende låg og den omliggende jord. ($V_{\text{lager}} = 4000 \text{ m}^3$, $A_{\text{sol}} = 1850 \text{ m}^2$).

Det karakteristiske forløb af kurven for varmetabet er tidligere forklaret under figur 42. Sammenholdes de to figurer, ses effekten af den lodrette isolering i jorden omkring lageret. Således er lagertabets maksimum trods de højere lagertemperaturer som følge af det forøgede solfangerareal, reduceret betydeligt.

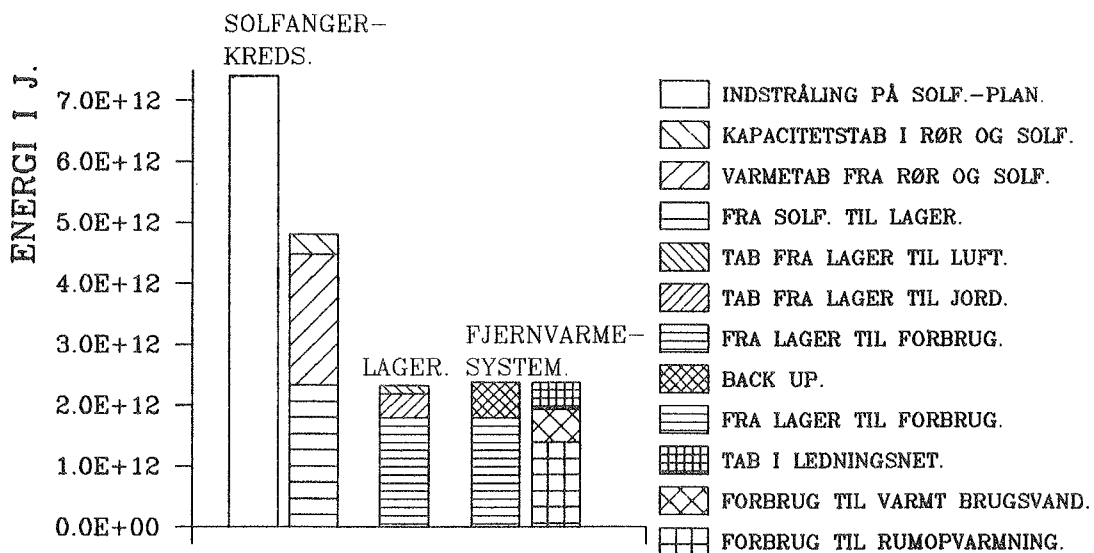
På figur 57 ses beregnede fordelinger af de månedlige tab og forbrug i fjernvarmesystemet samt de energimængder der tilføres dette fra lager og back-up.



Figur 57. Månedlige tab og forbrug i fjernvarmesystem samt energitilførsler fra lager og back-up. ($V_{\text{lager}} = 4000 \text{ m}^3$, $A_{\text{sol}} = 1850 \text{ m}^2$).

I 8 måneder fra maj til og med december er månedlige dækningsgrader for solvarmecentralen på 100% beregnet. Den laveste månedlige dækningsgrad er endvidere fundet i februar og udgør 37%.

På figur 58 ses endelig den beregnede årsenergibalance for hele solvarmecentralen inkl. fjernvarmesystemet.



Figur 58. Årsenergibalance for solvarmecentral inkl. fjernvarmesystem. ($V_{\text{lager}} = 4000 \text{ m}^3$, $A_{\text{sol}} = 1850 \text{ m}^2$).

Som tidligere nævnt er en dækningsgrad på 75% for solvarmecentralen beregnet i det sidste simulerede års drift. Endvidere skal det erindres at forholdet mellem de anvendte størrelser af damlageret og solfangerfeltet er fundet at udgøre et økonomisk optimalt størrelsesforhold. Solvarmecentralens pris ved det aktuelle lagervolumen og solfangerareal

er angivet i tabel 7. På grundlag af denne pris og ved anvendelse af nogle meget enkle betragtninger er en forsigtig vurdering af de økonomiske forhold ved hele solvarmecentralen mulig. Det skal understreges at en sådan vurdering er behæftet med store usikkerheder.

I den økonomiske vurdering af damlagerets isolering, der er beskrevet i afsnit 7.4.2, er lageret antaget at være finansieret med et indeksannuitetslån. De nærmere lånebetingelser der er knyttet til denne kontantlånsform er beskrevet i det pågældende afsnit. Antages hele solvarmecentralen finansieret ved et sådant lån og under de samme betingelser, kan prisen for den energi der leveres fra solvarmecentralen til fjernvarmenettet beregnes. Under de nævnte forudsætninger og inkl. et statstilskud på 30% udgør denne pris således 0.52 kr/kWh. Som følge af de lånebetingelser der er knyttet til et indeksannuitetslån vil denne pris stige gennem lånets afdragsperiode på lige fod med den fremtidige inflation. Den nævnte pris er således gældende i det første år solvarmecentralen er i drift.

I den antagede udformning af fjernvarmesystemet der er anvendt i den samlede modelbeskrivelse af det centrale solvarmeanlæg indgår et ikke nærmere specificeret back-up system. I afsnit 7.4.2 er en dagsaktuel pris på den energi der leveres til fjernvarmenettet i form af back-up endvidere anslået til 0.45 kr/kWh inkl. moms. Udelades en opførelse af solvarmecentralen, kan den samme antagede udformning af fjernvarmesystemet udgøre et selvstændigt energiforsyningssystem for den aktuelle bebyggelse. De to ovenfor nævnte priser kan derfor sammenholdes i en forsigtig vurdering af de økonomiske forhold ved solvarmecentralen.

Forudsættes de to priser at være korrekte, vil en investering i solvarmecentralen således ikke give et overskud i de første år af afdragsperioden. Senere i afdragsperioden kan dette forhold dog vende hvis de fremtidige energiprisstigninger blot i mindre grad overstiger inflationen. En sådan fremtidig prisudvikling vurderes at være den mest sandsynlige. En opførelse af solvarmecentralen kan derfor meget vel udgøre en økonomisk lønsom investering.

REFERENCER

- (1) Stone, H.L. (1968). Iterative Solution of Implicit Approximations of Multi Dimensional Partial Differential Equation, SIAM J. Num. Anal., vol. 5, p. 530.
- (2) Førby, Jens L. (1984). Undersøgelser af termiske forhold i jordvarmelagre. Eksamensprojekt. Laboratoriet for Varmeisolering. Danmarks Tekniske Højskole.
- (3) IEA (1985). (International Energy Agency). Solar Heating and Cooling Program, Task VII. Central Solar Heating Plants with Seasonal Storage.
- (4) Alsing, Johan P. & Bjarne Hansen (1985). Jordvarmelagre med solfanger og varmepumpe. Eksamensprojekt. Laboratoriet for Varmeisolering. Danmarks Tekniske Højskole.
- (5) Johansen, Øystein. (1970-1976). Frost i jord. Norges Teknisk-Naturvidenskabelige Forskningsråd, nr. 1-17.
- (6) Kallan, Knud E. (1985). Solvarmeanlæg med sæsonlagring. Eksamensprojekt. Laboratoriet for Varmeisolering. Danmarks Tekniske Højskole.
- (7) Betts, P.L., J.C. Haslam & J.S. Lidder. Comparisons of four Computer Programs for Two-dimensional Convection in Closed Cells. Department of Mechanical Engineering UMIST, Manchester M60 IQD, U.K.
- (8) Patankar, S.V. (1980). Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. McGraw Hill, New York.
- (9) Häuser, J. & C. Taylor (1986). Numerical Grid Generation in computational Fluid Dynamics. Proc. Intern. Conf. Pineridge Press, Swansea, U.K.
- (10) Thomsen, J.F. (1985). Numerical Grid Generation, Foundations and Applications, North-Holland, New York.
- (11) Kober, H. (1957). Dictionary of Conformal Representations. Dover.
- (12) Rubin, S.G. & P.K. Khosla (1981). Navier-Stokes Calculations with a Coupled Strongly Implicit Method. Computers and Fluids, Vol. 9, pp. 163-180.
- (13) Roache, P.J. (1982). Computational Fluid Dynamics. Hermosa. Albuquerque, New Mexico.
- (14) Hossain, M.S. & W. Rodi (1974). Equations for Turbulent Buoyant Flows and their Modelling. SFB 80 T 46, Universität Karlsruhe.
- (15) Lin, S.J. & S.W. Churchill (1978). Turbulent Free Convection from a Vertical, Isothermal Plate. Numerical Heat Transfer, Vol. 1, pp. 129-145.

- (16) Spalding, D.B. (1972). A Novel Finite-Difference Formulation for Differential Expressions Involving Both First and Second Derivatives. Int. Num. Methods Eng., Vol. 4.
- (17) Raithby, G.D. (1976). Skew Upstream Differencing Schemes for Problems Involving Fluid Flow. Comp. Methods Appl. Mech. Eng. Vol. 9.
- (18) Raithby, G.D. (1976). A Critical Evaluation of Upstream Differencing Applied to Problems Involving Fluid Flow. Comp. Methods Appl. Mech. Eng. Vol. 9.
- (19) Berg, P. (1983). Naturlig konvektion i mindre vandfyldte varmelagre. Eksamensprojekt. Laboratoriet for Varmeisolering. Danmarks Tekniske Højskole.
- (20) Squire's løsning beskrevet i Goldstein, S. (1938). Modern Development in fluid Dynamic.
- (21) Eckert, E.R.G. & T.W. Jackson (1950). Analysis of Turbulent Free-Convection Boundary Layer on Flat Plate. NASA TN 2207.
- (22) Pedersen, F.B. (1980). A Monograph on Turbulent Entrainment and Friction in Two-layer Stratified Flow. Institut for Strømningsmekanik og Vandbygning. Danmarks Tekniske Højskole.
- (23) Herman, R. (1930). Wärmeübergang bei freier Strömung am waagerechten Zylinder in zweiatomigen Gasen. VDI-Forschungsheft Nr. 379.
- (24) Stetter. (1968). Improved absolute stability of Predictor-Corrector schemes. Computing, Vol. 3.
- (25) Carnahan, B., H.A. Luther & J.O. Wilkes (1969). Applied Numerical Methods. John Wiley & sons, New York.
- (26) Schlichting, N. (1979). Boundary-Layer Theory. McGraw Hill. New York.
- (27) Cheesewright, R. (1968). Turbulent Natural Convection From a Vertical Plate. Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 90.
- (28) Sparrow, E.M. & J.L. Gregg (1956). Trans. ASME 78:435.
- (29) Churchill, S.W. & H.H.S. Chu (1975). Int. J. Heat Mass Transfer. Vol. 18.
- (30) Hansen, K.K., P.N. Hansen & V. Ussing (1983). Seasonal Heat Storage in Underground Warm Water Stores. Medd. nr. 134. Laboratoriet for Varmeisolering. Danmarks Tekniske Højskole.
- (31) Hansen, K.K., P.N. Hansen & V. Ussing (1984). Temperaturlagdeling i forsøgslager. Rapport nr. 84-34. Laboratoriet for Varmeisolering. Danmarks Tekniske Højskole.
- (32) Duffie, J.A. & W.A. Beckman (1980). Solar Engineering of Thermal Processes. John Wiley and Sons, New York.

- (33) Nielsen, J.E. (1983). Dokumentation af BSOL, - program til beregning af solvarmeanlæg til brugsvand. Rapport nr. 83-26. Laboratoriet for Varmeisolering. Danmarks Tekniske Højskole.
- (34) Lawaetz, H. (1985). Varmtvandsforbrug i boliger. Teknologisk Institut.
- (35) Bøhm, B. (1981). Fjernvarme 2 - energiøkonomisk drift af eksisterende fjernvarmenet. Laboratoriet for Varme- og Klimateknik. Danmarks Tekniske Højskole.
- (36) Hansen, K.K., P.N. Hansen & V. Ussing (1984). Seasonal Heat Storage in Underground Warm Water Stores. Medd. nr. 154. Laboratoriet for Varmeisolering. Danmarks Tekniske Højskole.

LICENTIATAFHANDLINGER FRA LABORATORIET FOR VARMEISOLERING

Rubinstein, Axel:

Metoder til bestemmelse af varmeledningstal, med særlig vægt på teorien for de instationære metoder samt nogle målinger med en termosonde af egen konstruktion. 1963.

Petersen, Erwin:

Solindfald gennem vinduer. 1966.

Lund-Hansen, Per:

Fugttransport i Byggematerialer. 1967.

Nicolajsen, Asta:

Fugttransportkoefficienter fra gasbeton. 1973.

Nielsen, A.F.:

Fugtfordelinger i gasbeton under varme- og fugttransport. 1974.

Nielsen, Peter V.:

Strømningsforhold i luftkonditionerede lokaler. 1974.

Ravn-Jensen, Lars:

Vinduer og energi. 1977.

Lawaetz, Henrik:

Solindfald og solvarmeanlæg. Beregnet og målt. 1980.

Svendsen, S.:

Solfangeres effektivitet. Målt og beregnet. 1981.

Kielsgaard Hansen, Kurt:

Luftsolfangere og varmelagring i jord. 1982.

Furbo, Simon:

Varmelagring til solvarmeanlæg. 1984.

Mørck, Ove:

Modelling and Simulation of Solar Heating Systems. 1985.

Olsen, Lars:

Solvægge, målt og beregnet. 1985.

Paludan-Müller, Casper:

Undersøgelse af solvægge ved hjælp af indendørs forsøgsopstillinger. 1987.

Christensen, Jørgen Erik:

Edb-programmer til beregning af passiv solvarme. 1987.

- Appendiks 1 Model for et jordlager
- Appendiks 2 Model for en plan solfanger
- Appendiks 3 Model for en varmepumpe
- Appendiks 4 Diskrete tilnærmelser for fluxen i en kartetisk og en cylindrisk formuleret transport
- Appendiks 5 Model for en veldefineret grænselagsstrømning
- Appendiks 6 Model for et damlager
- Appendiks 7 Sammenhæng mellem en lodret stratifikation i et lager og lagerets størrelse
- Appendiks 8 Model for en plan solfanger
- Appendiks 9 Skyggekorrektio n for et solfangerfelt opstillet i rækker
- Appendiks 10 Model for rørforbindelser
- Appendiks 11 Model for en modstrøms pladevarmeveksler
- Appendiks 12 Model for radiatorer og brugsvandsbeholdere

Appendiks 1: Model for et jordlager

C_1, C_2	: Arbitrære konstanter	$\left[\frac{W}{m} \right]$
\dot{C}	: Kapacitetsstrøm i en rørvinding	$\left[\frac{W}{^\circ C} \right]$
c_p	: Varmekapacitet for jord	$\left[\frac{J}{kg^\circ C} \right]$
HEX	: Varmeovergangstal mellem rørvinding og jord	$\left[\frac{W}{m^\circ C} \right]$
i, j, k	: Indices	$[\quad]$
k	: Varmeledningsevnen i jord	$\left[\frac{W}{m^\circ C} \right]$
L	: Længden af en rørvinding	$[m]$
M, Mr, Mz	: Hjelpevariable	$\left[\frac{W}{^\circ C} \right]$
\dot{q}	: Energiudveksling	$\left[\frac{W}{m^3} \right]$
\dot{q}_r	: Energiflux i radiusretning	$\left[\frac{W}{m^2} \right]$
\dot{q}_z	: Energiflux i z-retningen	$\left[\frac{W}{m^2} \right]$
\dot{Q}	: Energiudveksling	$[W]$
r	: Koordinat i radiusretning	$[m]$
Δr	: Kontrolvolumeninddeling i radiusretning	$[m]$
t	: Tid	$[s]$
Δt	: Tidsskridt	$[s]$
T	: Temperatur i lager, jord eller rørvinding	$[^\circ C]$
T^{gl}	: Gammel temperatur i et givet tidsskridt	$[^\circ C]$
T^{ny}	: Ny temperatur i et givet tidsskridt	$[^\circ C]$
T_{ud}	: Udløbstemperatur i en rørvinding	$[^\circ C]$
T_{ind}	: Indløbstemperatur i en rørvinding	$[^\circ C]$
V	: Volumen	$[m^3]$
z	: Koordinat	$[m]$
Δz	: Kontrolvolumeninddeling i z-aksens retning	$[m]$
θ	: Koordinat	$[rad]$
ρ	: Densitet af jord	$\left[\frac{kg}{m^3} \right]$

Matematisk udledning af kontrolvolumenformulering:

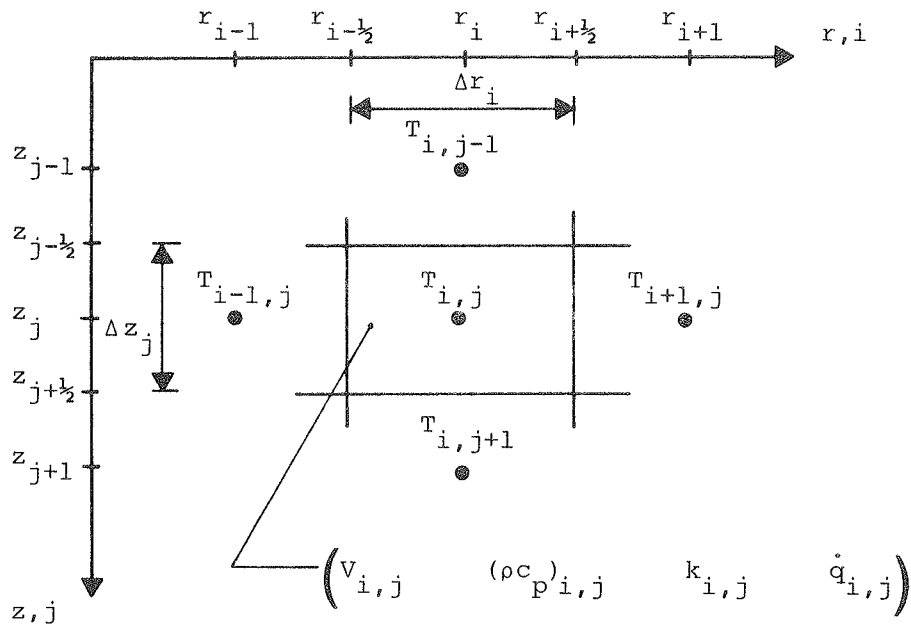
Differentiel energibalancel:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r k \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{r} k \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q} \quad 1.1$$

Antagelse:

$$\frac{\partial T}{\partial \theta} = 0 \quad 1.2$$

Kontrolvolumeninndeling:



Figur Al.1. Kontrolvolumeninndeling i r,z-plan.

Det viste kontrolvolumen antages at være ringformet med z-aksen som symmetriakse.

Integration af 1.1 over det ringformede kontrolvolumen:

Antagelser i integrationen:

$$\frac{\partial k_{i,j}}{\partial r} = \frac{\partial k_{i,j}}{\partial z} = 0 \quad 1.3$$

$$\frac{\partial \dot{q}_{i,j}}{\partial r} = \frac{\partial \dot{q}_{i,j}}{\partial z} = 0 \quad 1.4$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial z} \right)_{j-\frac{1}{2}} = \left(\frac{\partial}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial z} \right)_{j+\frac{1}{2}} = 0 \quad \text{for } r_{i-\frac{1}{2}} < r < r_{i+\frac{1}{2}} \quad 1.5$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{i-\frac{1}{2}} = \left(\frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{i+\frac{1}{2}} = 0 \quad \text{for } z_{j-\frac{1}{2}} < z < z_{j+\frac{1}{2}} \quad 1.6$$

Ved integrationen fås:

$$\begin{aligned} \int_{V_{i,j}} \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dV &= 2\pi (z_{j+\frac{1}{2}} - z_{j-\frac{1}{2}}) \left[\left(rk \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{i+\frac{1}{2}} - \left(rk \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{i-\frac{1}{2}} \right] \\ &+ 2\pi \frac{1}{2} (r_{i+\frac{1}{2}}^2 - r_{i-\frac{1}{2}}^2) \left[\left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right)_{j+\frac{1}{2}} - \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right)_{j-\frac{1}{2}} \right] \\ &+ 2\pi \frac{1}{2} (r_{i+\frac{1}{2}}^2 - r_{i-\frac{1}{2}}^2) (z_{j+\frac{1}{2}} - z_{j-\frac{1}{2}}) \dot{q}_{i,j} \end{aligned} \quad 1.7$$

eller:

$$\begin{aligned} \int_{V_{i,j}} \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dV &= \\ 2\pi \Delta z_j \left[(r \dot{q}_r)_{i-\frac{1}{2}} - (r \dot{q}_r)_{i+\frac{1}{2}} \right] &+ 2\pi r_i \Delta r_i \left[(\dot{q}_z)_{j-\frac{1}{2}} - (\dot{q}_z)_{j+\frac{1}{2}} \right] + \dot{Q}_{i,j} \end{aligned} \quad 1.8$$

Tilnærmelse til fluxbidragene: \dot{q}_r og \dot{q}_z :

Antagelse: Endimensional og stationær varmeledning.

For \dot{q}_r gælder hermed:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(rk \frac{\partial T}{\partial r} \right) = 0 \quad 1.9$$

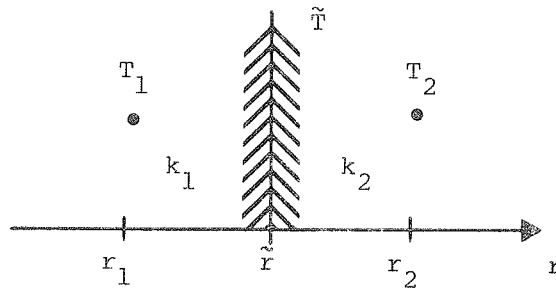
heraf fås:

$$rk \frac{\partial T}{\partial r} = c_1 = r(-\dot{q}_r) \quad 1.10$$

og

$$k T = c_1 \ln r + c_2 \quad 1.11$$

Endimensional varmeledning i sammensat materiale:



Figur A1.2. Sammensat materiale.

For materiale 1 fås af 1.11:

$$k_1 T_1 = c_1 \ln r_1 + c_2 \quad 1.12$$

$$\text{og } k_1 \tilde{T} = c_1 \ln \tilde{r} + c_2 \quad 1.13$$

Heraf fås:

$$\tilde{T} = T_1 - \frac{c_1}{k_1} \ln \frac{r_1}{\tilde{r}} \quad 1.14$$

For materiale 2 fås tilsvarende:

$$\tilde{T} = T_2 + \frac{c_1}{k_2} \ln \frac{\tilde{r}}{r_2} \quad 1.15$$

Af 1.14 og 1.15 fås:

$$c_1 = r(-\dot{q}_r) = \frac{-(T_2 - T_1)}{\frac{1}{k_1} \ln \frac{r_1}{\tilde{r}} + \frac{1}{k_2} \ln \frac{\tilde{r}}{r_2}} \quad 1.16$$

eller:

$$r \dot{q}_r = \frac{-(T_2 - T_1)}{\frac{1}{k_1} \ln \frac{r_1}{\tilde{r}} + \frac{1}{k_2} \ln \frac{\tilde{r}}{r_2}} \quad 1.17$$

For \dot{q}_z fås ved en tilsvarende udledning:

$$\dot{q}_z = \frac{-(T_2 - T_1)}{\frac{z - z_1}{k_1} + \frac{z_2 - z}{k_2}} \quad 1.18$$

Ved anvendelse af 1.17 og 1.18 i 1.8 fås:

$$\int_{V_{i,j}} \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dV =$$

$$2\pi \Delta z_j \left[\frac{-(T_{i,j} - T_{i-1,j})}{\frac{1}{k_{i-1,j}} \ln \frac{r_i - \frac{1}{2}\Delta r_i}{r_{i-1}} + \frac{1}{k_{i,j}} \ln \frac{r_i}{r_i - \frac{1}{2}\Delta r_i}} - \frac{-(T_{i+1,j} - T_{i,j})}{\frac{1}{k_{i,j}} \ln \frac{r_i + \frac{1}{2}\Delta r_i}{r_i} + \frac{1}{k_{i+1,j}} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i + \frac{1}{2}\Delta r_i}} \right]$$

$$+ 2\pi r_i \Delta r_i \left[\frac{-(T_{i,j} - T_{i,j-1})}{\frac{\Delta z_{j-1}}{2 k_{i,j-1}} + \frac{\Delta z_j}{2 k_{i,j}}} - \frac{-(T_{i,j+1} - T_{i,j})}{\frac{\Delta z_j}{2 k_{i,j}} + \frac{\Delta z_{j+1}}{2 k_{i,j+1}}} \right] + \dot{Q}_{i,j} \quad 1.19$$

Tilnærmelse:

$$\int_{V_{i,j}} \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dV = V_{i,j} (\rho c_p)_{i,j} \frac{\partial T_{i,j}}{\partial t} \quad 1.20$$

Ved indsættelse af 1.20 i 1.19 efterfulgt af en fuldt explicit formuleret integration i tiden fås følgende diskrete tilnærmelse til 1.1:

$$T_{i,j}^{ny} = T_{i,j}^{gl} + \frac{1}{M_{i,j}} \left[-T_{i,j}^{gl} (Mr_{i-\frac{1}{2},j} + Mz_{i,j-\frac{1}{2}} + Mr_{i+\frac{1}{2},j} + Mz_{i,j+\frac{1}{2}}) \right. \\ \left. + T_{i-1,j}^{gl} Mr_{i-\frac{1}{2},j} + T_{i,j-1}^{gl} Mz_{i,j-\frac{1}{2}} + T_{i+1,j}^{gl} Mr_{i+\frac{1}{2},j} + T_{i,j+1}^{gl} Mz_{i,j+\frac{1}{2}} + \dot{Q}_{i,j} \right] \quad 1.21$$

hvor:

$$M_{i,j} = \frac{V_{i,j} (\rho c_p)_{i,j}}{\Delta t} \quad 1.22$$

og

$$Mr_{i-\frac{1}{2},j} = \frac{2\pi \Delta z_j}{\frac{1}{k_{i-1,j}} \ln \frac{r_i - \frac{1}{2}\Delta r_i}{r_{i-1}} + \frac{1}{k_{i,j}} \ln \frac{r_i}{r_i - \frac{1}{2}\Delta r_i}} \quad 1.23$$

og

$$Mz_{i,j-\frac{1}{2}} = \frac{2\pi r_i \Delta r_i}{\frac{\Delta z_{j-1}}{2 k_{i,j-1}} + \frac{\Delta z_j}{2 k_{i,j}}} \quad 1.24$$

($Mr_{i+\frac{1}{2},j}$ og $Mz_{i,j+\frac{1}{2}}$ er givet ved tilsvarende udtryk).

Kobling mellem rørsystem og den omliggende jord

Varmeudvekslingen mellem kontrolvolumenet (i,j) og rørvinding nr. k.
(Rørvindingen er lokaliseret i midten af kontrolvolumenet):

$$\dot{Q}_{i,j} = \text{HEX} \cdot L_k (T_k - T_{i,j}^{\text{gl}}) \quad (\text{Førby (2)}) \quad 1.25$$

For rørvindingen gælder:

$$T_{\text{ind}_k} = T_{\text{ud}_{k-1}} \quad 1.26$$

og

$$\dot{Q}_{i,j} = -\dot{C} (T_{\text{ud}_k} - T_{\text{ud}_{k-1}}) \quad 1.27$$

Antagelse:

$$T_k = \frac{T_{\text{ud}_k} + T_{\text{ud}_{k-1}}}{2} \quad 1.28$$

Ved anvendelse af 1.25, 1.26, 1.27 og 1.28 fås:

$$T_{\text{ud}_k} = \frac{\dot{C} T_{\text{ud}_{k-1}} - \text{HEX} L_k \left(\frac{1}{2} T_{\text{ud}_{k-1}} - T_{i,j}^{\text{gl}} \right)}{\dot{C} + \frac{1}{2} \text{HEX} L_k} \quad 1.29$$

I modellen indledes en beregning af nye temperaturer i lageret og den omliggende jord med en successiv bestemmelse af T_{ud_k} ved anvendelse af 1.29.

Herefter beregnes $\dot{Q}_{i,j}$ af 1.27.

Endelig kan $T_{i,j}^{\text{ny}}$ beregnes af 1.21 og de hertil hørende ligninger.

Appendiks 2: Model for en plan solfanger

A	: Solfangerareal	$[m^2]$
\dot{C}	: Kapacitetsstrøm i solfanger	$[\frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}]$
I	: Indstråling på solfangerens plan	$[\frac{W}{m^2}]$
\dot{q}	: Specifik ydelse fra solfanger	$[\frac{W}{m^2}]$
\dot{Q}	: Ydelse fra solfanger	$[W]$
\dot{Q}_{tab}	: Tab fra solfanger	$[W]$
T_{ind}	: Indløbstemperatur i solfanger	$[^\circ C]$
T_{ud}	: Udløbstemperatur fra solfanger	$[^\circ C]$
T_m	: Middeltemperatur i solfanger	$[^\circ C]$
T_{ude}	: Udeluftens temperatur	$[^\circ C]$
U	: Solfangerens varmetabskoefficient udtrykt ved solfangervæskens middeltemperatur	$[\frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}]$
η	: Solfangerens effektivitet	$[]$
η_o	: Solfangerens starteffektivitet	$[]$

En solfangers effektivitet:

$$\eta = \eta_o - \frac{U}{I} (T_m - T_{ude}) \quad 2.1$$

En solfangers specifikke ydelse:

$$\dot{q} = \eta I \quad 2.2$$

og

$$\dot{q} = \dot{C} (T_{ud} - T_{ind}) \quad 2.3$$

Antagelse:

$$T_m = \frac{T_{ud} + T_{ind}}{2} \quad 2.4$$

Af 2.1, 2.2, 2.3 og 2.4 elimineres T_{ud} :

$$T_{ud} = \frac{I \eta_o + U T_{ude} + (\dot{C} + \frac{1}{2} U) T_{ind}}{(\dot{C} + \frac{1}{2} U)} \quad 2.5$$

Der gælder:

$$\dot{Q} = A \dot{C} (T_{ud} - T_{ind}) \quad 2.6$$

og

$$\dot{Q}_{tab} = A U \left(\frac{T_{ind} + T_{ud}}{2} - T_{ude} \right) \quad 2.7$$

I modellen beregnes T_{ud} , \dot{Q} og \dot{Q}_{tab} i den nævnte rækkefølge af ligningerne 2.5, 2.6 og 2.7.

Appendiks 3: Model for en varmepumpe

\dot{C}	: Kapacitetsstrøm mellem lager og varmepumpe	$[\frac{W}{^{\circ}C}]$
COP	: Varmepumpens effektfaktor	[]
\dot{Q}_{el}	: Varmepumpens elforbrug	[W]
\dot{Q}_{forb}	: Energiforbrug i bebyggelse (leveret fra varmepumpe)	[W]
\dot{Q}	: Energitilførsel fra lager til varmepumpe	[W]
T_c	: Kondensationstemperatur i varmepumpe	[$^{\circ}C$]
T_f	: Fordampningstemperatur i varmepumpe	[$^{\circ}C$]
ΔT_c	: Temperaturfald mellem middeltemperaturerne i varmevekslingen ved varmepumpens kondensatorside	[$^{\circ}C$]
ΔT_f	: Temperaturfald mellem middeltemperaturerne i varmevekslingen ved varmepumpens fordamperside	[$^{\circ}C$]
T_{forb}	: Middeltemperatur i frem- og returløb i forbrugerreds	[$^{\circ}C$]
T_m	: Middeltemperatur i frem- og returløb fra lager til varmepumpe	[$^{\circ}C$]
T_{ind}	: Temperatur i fremløb fra lager til varmepumpe	[$^{\circ}C$]
T_{ud}	: Temperatur i returløb fra varmepumpe til lager	[$^{\circ}C$]
η	: Varmepumpens nyttevirkningsgrad	[]
η_c	: Varmepumpens Carnot-virkningsgrad	[]

Carnot-virkningsgrad:

$$\eta_c = \frac{T_c + 273}{T_c - T_f} \quad 3.1$$

Effektfaktor:

$$\text{COP} = \frac{\dot{Q}_{\text{forb}}}{\dot{Q}_{\text{el}}} = \eta \eta_c \quad 3.2$$

Af 3.1 og 3.2 fås:

$$\frac{\dot{Q}_{\text{forb}}}{\dot{Q}_{\text{el}}} = \eta \frac{T_c + 273}{T_c - T_f} \quad 3.3$$

Der gælder:

$$\dot{Q}_{\text{forb}} = \dot{Q} + \dot{Q}_{\text{el}} \quad 3.4$$

og

$$\dot{Q} = \dot{C} (T_{\text{ind}} - T_{\text{ud}}) \quad 3.5$$

Af 3.4 og 3.5 fås:

$$\dot{Q}_{\text{el}} = \dot{Q}_{\text{forb}} - \dot{C} (T_{\text{ind}} - T_{\text{ud}}) \quad 3.6$$

Antagelser:

$$T_c = T_{\text{forb}} + \Delta T_c \quad 3.7$$

$$T_f = T_m - \Delta T_f \quad 3.8$$

$$T_m = \frac{T_{\text{ind}} + T_{\text{ud}}}{2} \quad 3.9$$

Af 3.8 og 3.9 fås:

$$T_f = \frac{T_{\text{ind}} + T_{\text{ud}}}{2} - \Delta T_f \quad 3.10$$

Ved indsættelse af 3.6, 3.7 og 3.10 i 3.3 og en efterfølgende elimination fås:

$$T_{ud} = \frac{T_{forb} + \Delta T_c + \Delta T_f - \eta(T_{forb} + \Delta T_c + 273) + \left[\frac{\dot{C} \eta(T_{forb} + \Delta T_c + 273)}{\dot{Q}_{forb}} - \frac{1}{2} \right] T_{ind}}{\frac{\dot{C} \eta(T_{forb} + \Delta T_c + 273)}{\dot{Q}_{forb}} + \frac{1}{2}} \quad 3.11$$

I modellen beregnes T_{ud} , \dot{Q}_{el} og COP i den nævnte rækkefølge af ligningerne: 3.11, 3.6 og 3.2.

Appendiks 4: Diskrete tilnærmelser for fluxen i en kartesisk og en cylindrisk formuleret transport

A	: Funktion af et Peclet-tal	[]
B	: Hjelpevariabel	[]
D_z, D_r	: Hjelpevariable knyttet til retningerne givet ved en z-akse og en radius	$\left[\frac{\text{kg}}{\text{s m}^2} \right]$
F_z, F_r	: Hjelpevariable knyttet til retningerne givet ved en z-akse og en radius	$\left[\frac{\text{kg}}{\text{s m}^2} \right]$
P_z, P_r	: Peclet-tal for transport i retningerne givet ved en z-akse og en radius	[]
\dot{q}_z, \dot{q}_r	: Fluxer knyttet til transport i retningerne givet ved en z-akse og en radius	$\left[\frac{?}{\text{m}^2 \text{ s}} \right]$
r	: Koordinat på en radius	[m]
v_z, v_r	: Hastigheder i retningerne givet ved en z-akse og en radius	$\left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$
z	: Koordinat på en z-akse	[m]
Δz	: Længdeinddeling på en z-akse	[m]
Γ	: Diffusionskoefficient	$\left[\frac{\text{kg}}{\text{s m}} \right]$
ρ	: Densitet	$\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$
ϕ	: Vilkårlig skalær størrelse der transporteres ved konvektion og diffusion	[?]

Udledning af hybrid diskretisering. (Spalding (16)):

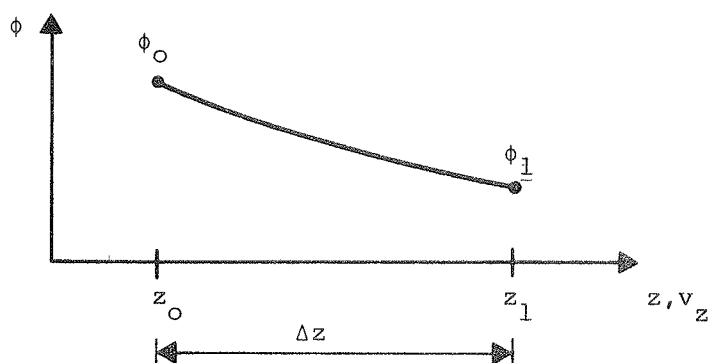
Kartesisk formuleret ligning for en én-dimensional transport af en vilkårlig skalær størrelse :

$$\frac{d}{dz}(\rho v_z \phi) = \Gamma \frac{d^2 \phi}{dz^2} \quad 4.1$$

Kontinuitet:

$$\frac{d}{dz}(\rho v_z) = 0 \quad 4.2$$

Analytisk løsning af 4.1:



Figur A4.1. Betingelser for analytisk løsning.

Løsning:

$$\frac{\phi - \phi_0}{\phi_1 - \phi_0} = \frac{\exp\left(P_z \frac{z - z_0}{\Delta z}\right) - 1}{\exp(P_z) - 1} \quad 4.3$$

hvor:

$$P_z = \frac{\rho v_z \Delta z}{\Gamma} \quad 4.4$$

Fluxen i transporten af ϕ er givet ved:

$$\dot{q}_z = \rho v_z \phi - \Gamma \frac{d\phi}{dz} \quad 4.5$$

Ved anvendelse af 4.3 fås:

$$\dot{q}_z = \rho v_z \phi_0 + \rho v_z (\phi_1 - \phi_0) \frac{\exp\left(P_z \frac{z - z_0}{\Delta z}\right) - 1}{\exp(P_z) - 1} - \Gamma P_z \frac{\phi_1 - \phi_0}{\Delta z} \frac{\exp\left(P_z \frac{z - z_0}{\Delta z}\right)}{\exp(P_z) - 1} \quad 4.6$$

Ved videre behandling fås:

$$\dot{q}_z = \frac{\Gamma}{\Delta z} \left(\frac{P \exp(P_z)}{\exp(P_z)-1} \phi_0 - \frac{P_z}{\exp(P_z)-1} \phi_1 \right) \quad 4.7$$

Der gælder:

$$\frac{P_z \exp(P_z)}{\exp(P_z)-1} = \frac{|P_z|}{\exp(|P_z|)-1} + \text{MAX}(P_z; 0) \quad 4.8$$

og

$$\frac{P_z}{\exp(P_z)-1} = \frac{|P_z|}{\exp(|P_z|)-1} + \text{MAX}(-P_z; 0) \quad 4.9$$

(Funktionen MAX antager den maksimale værdi af de aktuelle argumenter)

Af 4.7-4.9 fås følgende eksakte formulering af det fluxudtryk der er givet ved 4.5:

$$\dot{q}_z = \left(D_z A(|P_z|) + \text{MAX}(F_z; 0) \right) \phi_0 - \left(D_z A(|P_z|) + \text{MAX}(-F_z; 0) \right) \phi_1 \quad 4.10$$

hvor funktionen $A(|P|)$ er givet ved:

$$A(|P_z|) = \frac{|P_z|}{\exp(|P_z|)-1} \quad 4.11$$

og

$$D_z = \frac{\Gamma}{\Delta z} \quad 4.12$$

og

$$F_z = \rho v_z \quad 4.13$$

Den hybride diskretisering er fastlagt ved følgende tilnærmelse af funktionen $A(|P_z|)$:

$$A(|P_z|) = \text{MAX}\left(0; 1 - \frac{1}{2}|P_z|\right) \quad \text{Spalding (16)} \quad 4.14$$

For $|P_z| \geq 2$ fås af 4.14 og 4.10:

$$\dot{q}_z = \text{MAX}(F_z; 0)\phi_0 - \text{MAX}(-F_z; 0)\phi_1 \quad 4.15$$

Bemærk: Den diffusive transport er negligeret for $|P_z| \geq 2$

Power Law diskretisering (Patankar (8)):

Power Law diskretiseringen er fastlagt ved følgende tilnærmelse af funktionen $A(|P_z|)$:

$$A(|P_z|) = \text{MAX}\left(0; \left(1 - \frac{1}{10}|P_z|\right)^5\right) \quad \text{Patankar (8)} \quad 4.16$$

Hyperbolsk diskretisering (Ny tilnærmelse):

Den hyperbolske diskretisering er fastlagt ved en ny tilnærmelse af funktionen $A(|P_z|)$.

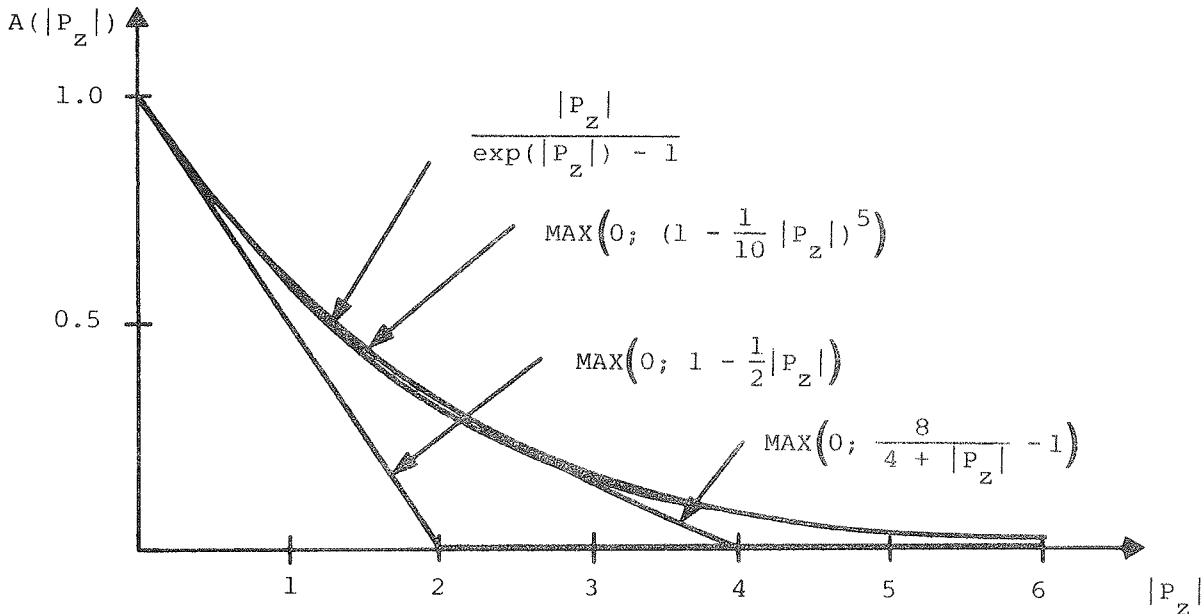
Fluxudtrykket 4.10 kan skrives:

$$\dot{q}_z = D \left(\left(A(|P_z|) + \text{MAX}(P_z; 0) \right) \phi_0 - \left(A(|P_z|) + \text{MAX}(-P_z; 0) \right) \phi_1 \right) \quad 4.17$$

Da funktionen $A(|P_z|)$ er aftagende for voksende $|P_z|$, indses af 4.17 at en god tilnærmelse af $A(|P_z|)$ er af størst betydning for små værdier af $|P_z|$. Sammenlignet med den hybride diskretisering kan dette forhold langt bedre tilgodeses ved tilnærmelse af $A(|P_z|)$ med en hyperbel:

$$A(|P_z|) = \text{MAX}\left(0; \frac{8}{4 + |P_z|} - 1\right) \quad 4.18$$

På figur A4.2 er tilnærmelserne 4.14, 4.16 og 4.18 sammenholdt med det eksakte udtryk for $A(|P_z|)$:



Figur A4.2. Funktioner $A(|P_z|)$ i de forskellige diskretiseringer.

Udledning af ny diskretisering for en cylindrisk formuleret transportligning:

Cylindrisk formuleret ligning for en endimensional transport af en vilkårlig skalær størrelse ϕ :

$$\frac{\rho v_r \phi}{r} + \frac{d}{dr}(\rho v_r \phi) = \frac{\Gamma}{r} \frac{d\phi}{dr} + \Gamma \frac{d^2 \phi}{dr^2} \quad 4.19$$

Kontinuitet:

$$\frac{\rho v_r}{r} + \frac{d}{dr}(\rho v_r) = 0 \quad 4.20$$

Ved en diskretisering af 4.19 kan leddene $\frac{d}{dr}(\rho v_r \phi)$ og $\Gamma \frac{d^2 \phi}{dr^2}$ tilnærmes under anvendelse af 4.10. Herved er en speciel behandling af leddet $\frac{\rho v_r \phi}{r}$ nødvendig, idet v kan antage både positive og negative værdier.

Alternativ - Ny diskretisering:

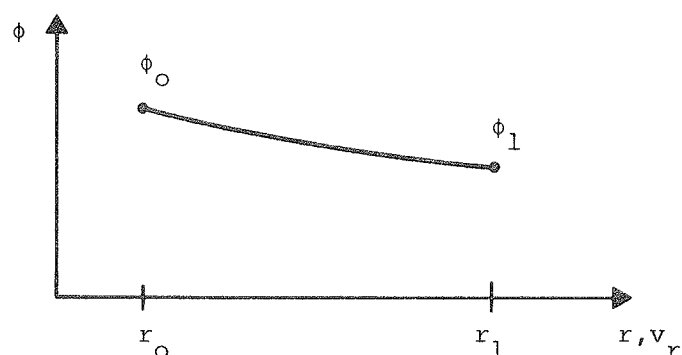
Ligningerne 4.19 og 4.20 kan skrives:

$$\frac{d}{dr}(r\rho v_r \phi) = \Gamma \frac{d}{dr}\left(r \frac{d\phi}{dr}\right) \quad 4.21$$

og

$$\frac{d}{dr}(r\rho v_r) = 0 \quad 4.22$$

Analytisk løsning af 4.19:



Figur A4.3: Betingelser for analytisk løsning.

Løsning:

$$\frac{\phi - \phi_0}{\phi_1 - \phi_0} = \frac{\left(\frac{r}{r_0}\right)^B - 1}{\left(\frac{r_1}{r_0}\right)^B - 1} \quad 4.23$$

$$\text{hvor: } B = \frac{r \rho v_r}{\Gamma} \quad 4.24$$

Fluxen i transporten af ϕ er givet ved:

$$\dot{q}_r = \rho v_r \phi - \Gamma \frac{d\phi}{dr} \quad 4.25$$

Ved anvendelse af 4.23 fås:

$$\dot{q}_r = \rho v_r \phi_0 + \rho v_r \frac{\phi_1 - \phi_0}{\left(\frac{r_1}{r_0}\right)^B - 1} \left(\left(\frac{r}{r_0}\right)^B - 1 \right) - \Gamma \frac{\phi_1 - \phi_0}{\left(\frac{r_1}{r_0}\right)^B - 1} B \left(\frac{r}{r_0}\right)^{B-1} \quad 4.26$$

Ved videre behandling fås:

$$\dot{q}_r = \rho v_r \left(\frac{\left(\frac{r_1}{r_0}\right)^B}{\left(\frac{r_1}{r_0}\right)^B - 1} \phi_0 - \frac{1}{\left(\frac{r_1}{r_0}\right)^B - 1} \phi_1 \right) \quad 4.27$$

Der gælder:

$$\left(\frac{r_1}{r_0}\right)^B = \exp \left(B \ln \left(\frac{r_1}{r_0} \right) \right) \quad 4.28$$

Ved indsættelse af 4.28 i 4.27 fås:

$$\dot{q}_r = \frac{\rho v_r}{P_r} \left(\frac{P_r \exp(P_r)}{\exp(P_r) - 1} \phi_0 - \frac{P_r}{\exp(P_r) - 1} \phi_1 \right) \quad 4.29$$

$$\text{hvor } P_r = B \ln \left(\frac{r_1}{r_0} \right) = \frac{\rho v_r}{\Gamma} r \ln \left(\frac{r_1}{r_0} \right) \quad 4.30$$

Ved sammenligning af 4.29 og 4.7 indses at \dot{q}_r kan udtrykkes på en form svarende til 4.10. Herved fås:

$$\dot{q}_r = \left(D_r A(|P_r|) + \text{MAX}(F_r; 0) \right) \phi_0 - \left(D_r A(|P_r|) + \text{MAX}(-F_r; 0) \right) \phi_1 \quad 4.31$$

hvor funktionen $A(|P_r|)$ er givet ved:

$$A(|P_r|) = \frac{|P_r|}{\exp(|P_r|) - 1} \quad 4.32$$

og

$$D_r = \frac{r}{r \ln \left(\frac{r_1}{r_0} \right)} \quad 4.33$$

og

$$F_r = \rho v_r \quad 4.34$$

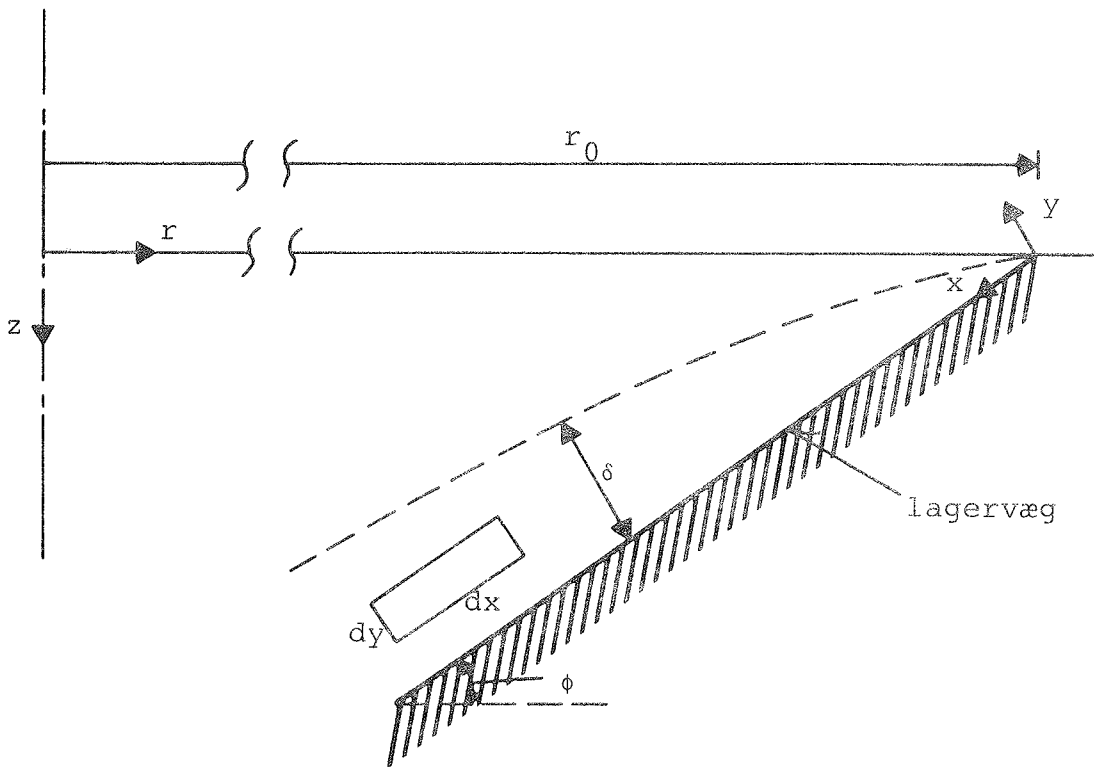
Funktionen $A(|P_r|)$ er identisk med $A(|P_z|)$ givet ved 4.11. Tilnærmelserne givet ved 4.14, 4.16 og 4.18 kan således også anvendes i beskrivelsen af en cylindrisk formuleret transport. Ved anvendelse af 4.31 kan den specielle behandling af leddet $\frac{\rho v_\phi}{r}$ i 4.19 undgås.

Appendiks 5: Model for en veldefineret grænselagsstrømning
i damlager:

C	: Forskellige konstanter	[]
c_p	: Varmekapacitet for lagermediet	$[\frac{J}{kg^{\circ}C}]$
F	: Forskellige forhold	[]
f	: Friktionsfaktor	[]
h	: Konvektivt varmeovergangstal	$[\frac{W}{m^2^{\circ}C}]$
Pr	: Prandtls tal	[]
\dot{q}_w	: Energiflux ved lagers væg	$[\frac{W}{m^2}]$
Re	: Reynolds tal	[]
r	: Radius i lager	[m]
r_0	: Radius ved lagerets top	[m]
St	: Stanton's tal	[]
T	: Temperatur	$[^{\circ}C]$
T_m	: Middeltemperatur i grænselag	$[^{\circ}C]$
T_w	: Temperatur ved lagerets væg	$[^{\circ}C]$
T_z	: Temperatur i lagermediet uden for grænselaget	$[^{\circ}C]$
$U_{l \text{ ref}}$: Referencehastighed i laminært hastighedsprofil	$[\frac{m}{s}]$
$U_{t \text{ ref}}$: Referencehastighed i turbulent hastighedsprofil	$[\frac{m}{s}]$
u	: Middelhastighed i grænselagets hovedstrømsretning	$[\frac{m}{s}]$
v_x	: Hastighed i grænselagets hovedstrømsretning	$[\frac{m}{s}]$
v_y	: Hastighed vinkelret på grænselagets hovedstrømsretning	$[\frac{m}{s}]$

V_E	: Medrivningshastighed	$[\frac{m}{s}]$
x, y, z	: Koordinater	$[m]$
α	: Termisk diffusivitet for lagermediet	$[\frac{m^2}{s}]$
β	: Udvidelseskoefficient for lagermediet	$[\frac{1}{^\circ C}]$
δ	: Grænselagstykkelse	$[m]$
ν	: Kinematisk viskositet for lagermediet	$[\frac{m^2}{s}]$
ρ	: Densitet for lagermediet	$[\frac{kg}{m^3}]$
τ_w	: Viskos friktion ved lagerets væg	$[\frac{N}{m^2}]$
ϕ	: Vinkel mellem lagersidens væg og vandret	$[^\circ]$

Opstilling af beskrivende differentiaalligninger for grænselagsstrømning:



Figur A5.1: Koordinatinddeling af damlager og infinitesimalt kontrolvolumen i grænselag.

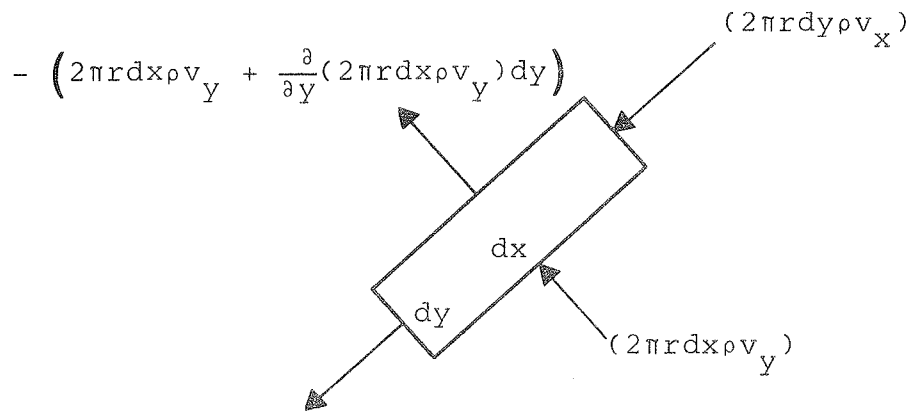
Sammenhæng mellem koordinatsystemerne r , z og x , y :

$$r = r_0 - x \cos \phi - y \sin \phi \quad 5.1$$

Som følge af den store størrelsesforskel mellem lagersidens længde og grænselagets tykkelse antages følgende:

$$r = r_0 - x \cos \phi \quad 5.2$$

Kontinuitet for infinitesimalt kontrolvolumen:



$$- \left(2\pi r dy \rho v_x + \frac{\partial}{\partial x} (2\pi r dy \rho v_x) dx \right)$$

Figur A5.2. Differentiel massebalance.

Sum af de viste bidrag for transport af masse:

$$\frac{\partial}{\partial x} (r \rho v_x) + \frac{\partial}{\partial y} (r \rho v_y) = 0 \quad 5.3$$

Ved indsættelse af 5.2 i 5.3 fås:

Kontinuitet:

$$\frac{1}{r_0 - x \cos \phi} \frac{\partial}{\partial x} ((r_0 - x \cos \phi) \rho v_x) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v_y) = 0 \quad 5.4$$

Ved en tilsvarende formulering af transport af momentum og energi fås under anvendelse af Prandtl's grænselagsforenklinger samt Boussinesq's approksimation yderligere to ligninger:

Beskrivende differentialligninger:

Kontinuitet:

$$\frac{1}{r_0 - x \cos \phi} \frac{\partial}{\partial x} \left((r_0 - x \cos \phi) v_x \right) + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \quad 5.5$$

Momentum:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r_0 - x \cos \phi} \frac{\partial}{\partial x} \left((r_0 - x \cos \phi) v_x^2 \right) + \frac{\partial}{\partial y} (v_x v_y) = \\ \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) + g \beta \sin \phi (T_z - T) \end{aligned} \quad 5.6$$

Energi:

$$\frac{1}{r_0 - x \cos \phi} \frac{\partial}{\partial x} \left((r_0 - x \cos \phi) v_x T \right) + \frac{\partial}{\partial y} (v_y T) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\alpha \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad 5.7$$

Integration af de beskrivende ligninger fra $y = 0$ til $y = \delta$:

Kontinuitet:

$$\frac{d}{dx} \int_0^\delta v_x dy - \frac{\cos \phi}{r_0 - x \cos \phi} \int_0^\delta v_x dy + (v_y)_{y=\delta} - (v_y)_{y=0} = 0 \quad 5.8$$

Momentum:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \int_0^\delta v_x^2 dy - \frac{\cos \phi}{r_0 - x \cos \phi} \int_0^\delta v_x^2 dy + (v_x v_y)_{y=\delta} - (v_x v_y)_{y=0} = \\ \left(v \frac{dv_x}{dy} \right)_{y=\delta} - \left(v \frac{dv_x}{dy} \right)_{y=0} + g \beta \sin \phi \int_0^\delta \left((T)_{y=\delta} - T \right) dy \end{aligned} \quad 5.9$$

Energi:

$$\frac{d}{dx} \int_0^\delta v_x T dy - \frac{\cos \phi}{r_0 - x \cos \phi} \int_0^\delta v_x T dy + (v_y T)_{y=\delta} - (v_y T)_{y=0} =$$

$$\left(\alpha \frac{dT}{dy} \right)_{y=\delta} - \left(\alpha \frac{dT}{dy} \right)_{y=0} \quad 5.10$$

Ved integrationens to grænser gælder eller antages følgende:

$$(v_y)_{y=0} = 0 \quad 5.11$$

$$(v_x v_y)_{y=\delta} = 0 \quad 5.12$$

$$(v_x v_y)_{y=0} = 0 \quad 5.13$$

$$\left(v \frac{dv_x}{dy} \right)_{y=\delta} = 0 \quad 5.14$$

$$(v_y T)_{y=0} = 0 \quad 5.15$$

$$\left(\alpha \frac{dT}{dy} \right)_{y=\delta} = 0 \quad 5.16$$

Definitioner:

$$(v_y)_{y=\delta} = V_E \quad 5.17$$

$$(T)_{y=\delta} = T_z \quad 5.18$$

$$\left(v \frac{dv_x}{dy} \right)_{y=0} = - \frac{\tau_w}{\rho} \quad 5.19$$

$$\left(\alpha \frac{dT}{dy} \right)_{y=0} = - \frac{\dot{q}_w}{\rho c_p} \quad 5.20$$

Ved anvendelse af 5.11 og 5.20 fås:

Kontinuitet:

$$\frac{d}{dx} \int_0^\delta v_x dy - \frac{\cos \phi}{r_0 - x \cos \phi} \int_0^\delta v_x dy + v_E = 0 \quad 5.21$$

Momentum:

$$\frac{d}{dx} \int_0^\delta v_x^2 dy - \frac{\cos \phi}{r_0 - x \cos \phi} \int_0^\delta v_x^2 dy = \frac{\tau_w}{\rho} + g \beta \sin \phi \int_0^\delta (T_z - T) dy \quad 5.22$$

Energi:

$$\frac{d}{dx} \int_0^\delta v_x T dy - \frac{\cos \phi}{r_0 - x \cos \phi} \int_0^\delta v_x T dy + v_E T_z = \frac{\dot{q}_w}{\rho c_p} \quad 5.23$$

Hastigheds- og temperaturprofiler:

Laminar strømning: (Squire (20))

$$v_x = U_{1 \text{ ref}} \left(\frac{y}{\delta} \right) \left(1 - \frac{y}{\delta} \right)^2 \quad 5.24$$

$$T = T_z - (T_z - T_w) \left(1 - \frac{y}{\delta} \right)^2 \quad 5.25$$

Turbulent strømning: (Eckert og Jackson (21))

$$v_x = U_{t \text{ ref}} \left(\frac{y}{\delta} \right)^{1/7} \left(1 - \frac{y}{\delta} \right)^4 \quad 5.26$$

$$T = T_z - (T_z - T_w) \left(1 - \left(\frac{y}{\delta} \right)^{1/7} \right) \quad 5.27$$

Definition af middelhastighed og middeltemperatur i grænselag:

Laminar strømning: (Af 5.24 og 5.25 fås:)

$$u = \frac{1}{\delta} \int_0^{\delta} v_x dy = \frac{1}{12} U_{1 \text{ ref}} \quad 5.28$$

$$T_m = \frac{1}{\delta} \int_0^{\delta} T dy = T_z - \frac{1}{3}(T_z - T_w) \quad 5.29$$

Turbulent strømning: (Af 5.26 og 5.27 fås:)

$$u = \frac{1}{\delta} \int_0^{\delta} v_x dy = 0.1464 U_{t \text{ ref}} \quad 5.30$$

$$T_m = \frac{1}{\delta} \int_0^{\delta} T dy = T_z - 0.1250(T_z - T_w) \quad 5.31$$

Af 5.24 - 5.31 kan følgende integraler udregnes:

Laminar strømning:

$$\int_0^{\delta} v_x dy = \delta u \quad 5.32$$

$$\int_0^{\delta} v_x^2 dy = \frac{144}{105} \delta u^2 \quad 5.33$$

$$\int_0^{\delta} (T_z - T) dy = \delta(T_z - T_m) \quad 5.34$$

$$\int_0^{\delta} v_x T dy = \delta u T_z - \frac{6}{5} \delta u (T_z - T_m) \quad 5.35$$

Turbulent strømning:

$$\int_0^{\delta} v_x dy = \delta u \quad 5.36$$

$$\int_0^{\delta} v_x^2 dy = 2.44 \delta u^2 \quad 5.37$$

$$\int_0^{\delta} (T_z - T) dy = \delta(T_z - T_m) \quad 5.38$$

$$\int_0^{\delta} v_x T dy = \delta u T_z - 2.00 \delta u (T_z - T_m) \quad 5.39$$

Ved anvendelse af 2.32 - 5.39 fås:

Laminar strømning:

Kontinuitet:

$$\frac{d}{dx}(\delta u) - \frac{\delta u \cos \phi}{r_0 - x \cos \phi} + v_E = 0 \quad 5.40$$

Momentum:

$$\frac{144}{105} \left(u \left(\frac{d}{dx}(\delta u) - \frac{\delta u \cos \phi}{r_0 - x \cos \phi} \right) + \delta u \frac{du}{dx} \right) = \frac{\tau_w}{\rho} + g\beta \delta \sin \phi (T_z - T_m) \quad 5.41$$

Energi:

$$T_z \left(\frac{d}{dx}(\delta u) - \frac{\delta u \cos \phi}{r_0 - x \cos \phi} + v_E \right) + \frac{6}{5} (T_z - T_m) \left(- \frac{d}{dx}(\delta u) + \frac{\delta u \cos \phi}{r_0 - x \cos \phi} \right) \\ + \delta u \frac{dT_z}{dx} - \frac{6}{5} \delta u \frac{d}{dx} (T_z - T_m) = \frac{\dot{q}_w}{\rho c_p} \quad 5.42$$

Turbulent strømning:

Kontinuitet:

$$\frac{d}{dx}(\delta u) - \frac{\delta u \cos \phi}{r_0 - x \cos \phi} + v_E = 0 \quad 5.43$$

Momentum:

$$2.44 \left(u \left(\frac{d}{dx}(\delta u) - \frac{\delta u \cos \phi}{r_0 - x \cos \phi} \right) + \delta u \frac{du}{dx} \right) = \frac{\tau_w}{\rho} + g\beta \delta \sin \phi (T_z - T_m) \quad 5.44$$

Energi:

$$T_z \left(\frac{d}{dx}(\delta u) - \frac{\delta u \cos \phi}{r_0 - x \cos \phi} + v_E \right) + 2.00 (T_z - T_m) \left(- \frac{d}{dx}(\delta u) + \frac{\delta u \cos \phi}{r_0 - x \cos \phi} \right) \\ + \delta u \frac{dT_z}{dx} - 2.00 \delta u \frac{d}{dx} (T_z - T_m) = \frac{\dot{q}_w}{\rho c_p} \quad 5.45$$

Ved anvendelse af den integrerede kontinuitetsligning kan 5.41, 5.42, 5.44 og 5.45 forenkles. Herved fås følgende to sæt af ligninger:

Laminar strømning:

Kontinuitet:

$$\frac{d}{dx}(\delta u) - \frac{\delta u \cos \phi}{r_0 - x \cos \phi} = -V_E \quad 5.46$$

Momentum:

$$\frac{144}{105} \left(\delta u \frac{du}{dx} - u V_E \right) = \frac{\tau_w}{\rho} + g \beta \delta \sin \phi (T_z - T_m) \quad 5.47$$

Energi:

$$\frac{6}{5} \left(\delta u \frac{d}{dx} (T_z - T_m) - (T_z - T_m) V_E \right) - \delta u \frac{dT_z}{dx} = - \frac{\dot{q}_w}{\rho c_p} \quad 5.48$$

Turbulent strømning:

Kontinuitet:

$$\frac{d}{dx}(\delta u) - \frac{\delta u \cos \phi}{r_0 - x \cos \phi} = -V_E \quad 5.49$$

Momentum:

$$2.44 \left(\delta u \frac{du}{dx} - u V_E \right) = \frac{\tau_w}{\rho} + g \beta \delta \sin \phi (T_z - T_m) \quad 5.50$$

Energi:

$$2.00 \left(\delta u \frac{d}{dx} (T_z - T_m) - (T_z - T_m) V_E \right) - \delta u \frac{dT_z}{dx} = - \frac{\dot{q}_w}{\rho c_p} \quad 5.51$$

Tilnærmelse for viskos friktion ved væggen:Laminar strømning:

Af 5.24 og 5.28 fås:

$$\frac{\tau_w}{\rho} = - \left(\nu \frac{dv_x}{dy} \right)_{y=0} = - \nu \frac{U_{1 \text{ ref}}}{\delta} = - \nu \frac{12u}{\delta} \quad 5.52$$

Turbulent strømning:

Ifølge Eckert og Jackson (21):

$$\frac{\tau_w}{\rho} = - 0.0225 U_{t \text{ ref}}^2 \left(\frac{\nu}{\delta U_{t \text{ ref}}} \right)^{1/4} \quad 5.53$$

Ved anvendelse af 5.30 fås:

$$\frac{\tau_w}{\rho} = - 0.649 u^2 \left(\frac{\nu}{\delta u} \right)^{1/4} \quad 5.54$$

Påvisning af stedstationær grænselagsstrømning:

Antagelser:

$$1): \quad \text{Plan strømning.} \quad (r_0 \rightarrow \infty) \quad 5.55$$

$$2): \quad \frac{dT_z}{dx} = - C_A \quad (C_A > 0) \quad 5.56$$

$$3): \quad \frac{\dot{q}_w}{\rho c_p} = - C_B \quad (C_B > 0) \quad 5.57$$

$$4): \quad \text{Laminar strømning.} \quad 5.58$$

På grundlag af disse antagelser og ved indsættelse af 5.46 i 5.48 fås:

Energi:

$$\frac{6}{5} \frac{d}{dx} (\delta u (T_z - T_m)) = C_B - C_A \delta u \quad 5.59$$

For $x = 0$ gælder følgende:

$$\delta u = 0 \quad 5.60$$

$$(T_z - T_m) = 0 \quad 5.61$$

For $x > 0$ vil $(T_z - T_m)$ og δu være positivt voksende med x . Den eneste
Den eneste fysisk realistiske løsning af 5.59 for $x \rightarrow \infty$ vil derfor være:

$$C_B - C_A \delta u = 0 \quad 5.62$$

og

$$\frac{d}{dx} (\delta u (T_z - T_m)) = 0 \quad 5.63$$

Ved indsættelse af 5.56 og 5.57 i 5.62 fås endvidere:

$$\delta u = \frac{\dot{q}_w}{\rho c_p \frac{dT_z}{dx}} \quad 5.64$$

En tilsvarende løsning kan findes for den turbulente strømning.

Formulering af to udtryk for medrivningshastigheden:

Af 5.48 og 5.51 fås henholdsvis:

Laminær strømning:

$$V_E = \frac{\delta u}{(T_z - T_m)} \frac{d}{dx} (T_z - T_m) - \frac{5\delta u}{6(T_z - T_m)} \frac{dT_z}{dx} + \frac{5\dot{q}_w}{6(T_z - T_m)\rho c_p} \quad 5.65$$

Turbulent strømning:

$$V_E = \frac{\delta u}{(T_z - T_m)} \frac{d}{dx}(T_z - T_m) - \frac{\delta u}{2.00(T_z - T_m)} \frac{dT_z}{dx} + \frac{\dot{q}_w}{2.00(T_z - T_m)\rho c_p} \quad 5.66$$

Tilnærmelse for q_w :

Laminær strømning:

Af 5.20, 5.25 og 5.29 fås:

$$\frac{\dot{q}_w}{\rho c_p} = - \frac{6k}{\delta \rho c_p} (T_z - T_m) \quad 5.67$$

Turbulent strømning:

Colburns analogi:

$$St \, Pr^{2/3} = \frac{1}{2} f \quad 5.68$$

hvor St og f ifølge Eckert og Jackson (21) kan defineres ved:

$$St = \frac{h}{\rho c_p U_{t \, ref}} \quad \text{hvor:} \quad h = \frac{\dot{q}_w}{(T_z - T_w)}$$

og

$$f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho U_{t \, ref}^2}$$

Ved anvendelse af 5.68, 5.54, 5.30 og 5.31 fås:

$$\frac{\dot{q}_w}{\rho c_p} = - 0.760 (T_z - T_m) u \left(\frac{\nu}{\delta u} \right)^{1/4} Pr^{-2/3} \quad 5.69$$

Ved indsættelse af 5.67 og 5.69 i henholdsvis 5.65 og 5.66 fås:

Laminær strømning:

$$V_E = \frac{\delta u}{(T_z - T_m)} \left(\frac{d}{dx}(T_z - T_m) - \frac{5}{6} \frac{dT_z}{dx} \right) - \frac{5\alpha}{\delta} \quad 5.70$$

Turbulent strømning:

$$V_E = \frac{\delta u}{(T_z - T_m)} \left(\frac{d}{dx}(T_z - T_m) - \frac{1}{2.00} \frac{dT_z}{dx} \right) - 0.380u \left(\frac{\nu}{\delta u} \right)^{1/4} Pr^{-2/3} \quad 5.71$$

Ved indsættelse af 5.52 i 5.47 og 5.54 i 5.50 haves 4 ligninger med 4 ubekendte for henholdsvis den laminære og den turbulente strømning:

Laminær strømning:

Kontinuitet:

$$\frac{d}{dx}(\delta u) - \frac{\delta u \cos\phi}{r_0 - x \cos\phi} = -V_E \quad 5.72$$

Momentum:

$$\frac{144}{105} \left(\delta u \frac{du}{dx} - u V_E \right) = -12 \nu \frac{u}{\delta} + g\beta\delta \sin\phi (T_z - T_m) \quad 5.73$$

Energi:

$$\frac{6}{5} \left(\delta u \frac{d}{dx}(T_z - T_m) - (T_z - T_m) V_E \right) = \delta u \frac{dT_z}{dx} = - \frac{\dot{q}_w}{\rho c_p} \quad 5.74$$

Medrivning:

$$V_E = \frac{\delta u}{(T_z - T_m)} \left(\frac{d}{dx}(T_z - T_m) - \frac{5}{6} \frac{dT_z}{dx} \right) - \frac{5\alpha}{\delta} \quad 5.75$$

Turbulent strømning:Kontinuitet:

$$\frac{d}{dx}(\delta u) - \frac{\delta u \cos \phi}{r_0 - x \cos \phi} = -V_E \quad 5.76$$

Momentum:

$$2.44 \left(\delta u \frac{du}{dx} - u V_E \right) = -0.649 u^2 \left(\frac{v}{\delta u} \right)^{1/4} + g \beta \delta \sin \phi (T_z - T_m) \quad 5.77$$

Energi:

$$2.00 \left(\delta u \frac{d}{dx} (T_z - T_m) - (T_z - T_m) V_E \right) = \delta u \frac{dT_z}{dx} - \frac{\dot{q}_w}{\rho c_p} \quad 5.78$$

Medrivning:

$$V_E = \frac{\delta u}{(T_z - T_m)} \left(\frac{d}{dx} (T_z - T_m) - \frac{1}{2.00} \frac{dT_z}{dx} \right) - 0.380 u \left(\frac{v}{\delta u} \right)^{1/4} Pr^{-2/3} \quad 5.79$$

Analytiske løsninger til 5.72-5.79:

To enkle analytiske løsninger til 5.72-5.79 bestemt af Squire samt Eckert og Jackson:

Forudsætninger:

$$1): \quad \text{Plan strømning.} \quad (r_0 \rightarrow \infty) \quad 5.80$$

$$2): \quad \frac{d}{dx} (T_z - T_w) = 0 \quad 5.81$$

$$3): \quad \frac{dT_z}{dx} = 0 \quad 5.82$$

Laminær strømning:

$$u = C_0 x^{1/2} \quad \text{og} \quad \delta = C_1 x^{1/4} \quad (\text{Squire}) \quad 5.83$$

Turbulent strømning:

$$u = C_2 x^{1/2} \quad \text{og} \quad \delta = C_3 x^{7/10} \quad (\text{Eckert og Jackson}) \quad 5.84$$

Udledning af to tilsvarende enkle analytiske løsninger:

Forudsætninger:

$$1): \quad \text{Plan strømning.} \quad (r_0 \rightarrow \infty) \quad 5.85$$

$$2): \quad \frac{d\dot{q}_w}{dx} = 0 \quad 5.86$$

$$3): \quad \frac{dT_z}{dx} = 0 \quad 5.87$$

Laminær strømning:

Ved indsættelser af 5.72 i 5.73 og i 5.74 fås:

Momentum:

$$\frac{144}{105} \frac{d}{dx} (\delta u^2) = -12\nu \frac{u}{\delta} + g\beta\delta \sin\phi (T_z - T_m) \quad 5.88$$

Energi:

$$\frac{6}{5} \frac{d}{dx} (\delta u (T_z - T_m)) = - \frac{\dot{q}_w}{\rho c_p} \quad 5.89$$

Gæt af løsning:

$$u = C_4 x^n, \quad \delta = C_5 x^m \quad \text{og} \quad (T_z - T_m) = C_6 x^k \quad 5.90$$

Ved indsættelse af 5.90 i 5.88 og 5.89 fremkommer følgende betingelser for eksistensen af den gættede løsning:

Momentum:

$$\frac{d}{dx}(x^{2n} x^m) \sim \frac{x^n}{x^m} \sim x^{\frac{n}{m} k} \quad 5.91$$

Energi:

$$\frac{d}{dx}(x^n x^m x^k) \sim x^0 \quad 5.92$$

Af 5.91 og 5.92 fås:

$$2n + m - 1 = n + m \quad 5.93$$

$$n - m = m + k \quad 5.94$$

$$n + m + k - 1 = 0 \quad 5.95$$

Af 5.93 - 5.95 fås:

$$n = 3/5, \quad m = 1/5 \quad \text{og} \quad k = 1/5 \quad 5.96$$

Da en løsning til 5.93-5.95 således eksisterer, er følgende relationer en løsning til 5.72-5.75:

$$u = C_4 x^{3/5}, \quad \delta = C_5 x^{1/5} \quad \text{og} \quad (T_z - T_m) = C_6 x^{1/5} \quad 5.97$$

Turbulent strømning:

På tilsvarende vis kan en løsning for den turbulente strømning findes:

$$u = C_7 x^{3/7}, \quad \delta = C_8 x^{5/7} \quad \text{og} \quad (T_z - T_m) = C_9 x^{-1/7} \quad 5.98$$

Forenkling af de to generelle udtryk for medrivningshastigheden:

Udtryk for medrivningshastigheden hørende til de 4 sæt af analytiske løsninger:

$$\frac{d}{dx}(T_z - T_w) = 0:$$

Laminær strømning:

$$V_E = - \frac{5\alpha}{\delta} \quad 5.99$$

Turbulent strømning:

$$V_E = - 0.380u \left(\frac{\nu}{\delta u} \right)^{1/4} Pr^{-2/3} \quad 5.100$$

$$\frac{d\dot{q}_w}{dx} = 0:$$

Laminær strømning:

$$V_E = \frac{\delta u}{(T_z - T_m)} \frac{d}{dx}(T_z - T_m) - \frac{5\alpha}{\delta} \quad 5.101$$

Turbulent strømning:

$$V_E = \frac{\delta u}{(T_z - T_m)} \frac{d}{dx}(T_z - T_m) - 0.380u \left(\frac{\nu}{\delta u} \right)^{1/4} Pr^{-2/3} \quad 5.102$$

Omskrivning af 5.101 og 5.102:

Laminær strømning:

$$\text{Forhold: } F_1 = \frac{\frac{\delta u}{(T_z - T_m)} \frac{d}{dx}(T_z - T_m)}{- \frac{5\alpha}{\delta}} \quad 5.103$$

Der gælder:

$$V_E = - \frac{d}{dx}(\delta u) \quad 5.104$$

Ved anvendelse af 5.101, 5.104 og 5.97 fås:

$$\begin{aligned} F_1 &= \frac{\frac{\delta u}{(T_z - T_m)} \frac{d}{dx}(T_z - T_m)}{- \frac{d}{dx}(\delta u) - \frac{\delta u}{(T_z - T_m)} \frac{d}{dx}(T_z - T_m)} \\ &= \frac{\frac{C_4 x^{3/5} C_5 x^{1/5}}{C_6 x^{1/5}} \frac{d}{dx}(C_6 x^{1/5})}{- \frac{d}{dx}(C_4 x^{3/5} C_5 x^{1/5}) - \frac{C_4 x^{3/5} C_5 x^{1/5}}{C_6 x^{1/5}} \frac{d}{dx}(C_6 x^{1/5})} \\ &= \frac{\frac{1}{5}}{- \frac{4}{5} - \frac{1}{5}} = - \frac{1}{5} \end{aligned} \quad 5.105$$

Medrivningshastigheden givet ved 5.101 kan da skrives:

$$V_E = - \frac{4\alpha}{\delta} \quad 5.106$$

Turbulent strømning:

Ved en tilsvarende omskrivning fås:

$$\text{Forhold: } F_2 = \frac{\frac{\delta u}{(T_z - T_m)} \frac{d}{dx}(T_z - T_m)}{- 3.380 u \left(\frac{\nu}{\delta u}\right)^{1/4} Pr^{-2/3}} = \frac{1}{7} \quad 5.107$$

Medrivningshastigheden givet ved 5.102 kan da skrives:

$$V_E = - 0.434 u \left(\frac{\nu}{\delta u}\right)^{1/4} Pr^{-2/3} \quad 5.108$$

På grundlag af den lille forskel mellem 5.99 og 5.106 samt mellem 5.100 og 5.108 forenkles de to generelle udtryk for medrivningshastigheden til:

Laminær strømning:

$$V_E = -\frac{5\alpha}{\delta} - \frac{5\delta u}{6(T_z - T_m)} \frac{dT_z}{dx} \quad 5.109$$

Turbulent strømning:

$$V_E = -0.380u \left(\frac{\nu}{\delta u} \right)^{1/4} Pr^{-2/3} - \frac{\delta u}{2.00(T_z - T_m)} \frac{dT_z}{dx} \quad 5.110$$

Forenkling af de to generelle momentumligninger:

Momentumligninger hørende til de 4 sæt af analytiske løsninger:

Laminær strømning:

$$\frac{144}{105} \frac{d}{dx}(\delta u^2) = -12\nu \frac{u}{\delta} + g\beta\delta \sin\phi(T_z - T_m) \quad 5.111$$

Turbulent strømning:

$$2.00 \frac{d}{dx}(\delta u^2) = -0.649u^2 \left(\frac{\nu}{\delta u} \right)^{1/4} + g\beta\delta \sin\phi(T_z - T_m) \quad 5.112$$

Bestemmelse af de forøgede volumen- og energistrømme der vil kunne beregnes ved en negligerig af bevægelsesmængdeændringer i 5.111 og 5.112.

Laminær strømning og $\frac{d}{dx}(T_z - T_m) = 0$:

$$\text{Forhold: } F_3 = \frac{\frac{144}{105} \frac{d}{dx}(\delta u^2)}{12 \nu \frac{u}{\delta}} \quad 5.113$$

Der gælder:

$$V_E = -\frac{d}{dx}(\delta u) = -\frac{5\alpha}{\delta} \quad 5.114$$

Heraf fås:

$$F_3 = \frac{\frac{12}{105} \frac{d}{dx}(\delta u^2)}{v \left(\frac{u}{5\alpha} \frac{d}{dx}(\delta u) \right)} \quad 5.115$$

Ved indsættelse af 5.83 i 5.115 fås:

$$F_3 = \frac{\frac{12}{21} \frac{d}{dx} (C_0^2 x^1 C_1 x^{1/4})}{Pr C_0 x^{1/2} \left(\frac{d}{dx} C_0 x^{1/2} C_1 x^{1/4} \right)} = \frac{20}{21} \frac{1}{Pr} \quad 5.116$$

Af 5.116 og 5.113 fås:

$$\frac{114}{105} \frac{d}{dx}(\delta u^2) = \left(\frac{20}{21} \frac{1}{Pr} \right) 12 v \frac{u}{\delta} \quad 5.117$$

Ved anvendelse af 5.117 kan 5.111 skrives:

$$\left(\frac{20}{21} \frac{1}{Pr} \right) 12 v \frac{u}{\delta} = - 12 v \frac{u}{\delta} + g \beta \delta \sin \phi (T_z - T_m) \quad 5.118$$

Af 5.118 fås:

$$\frac{\delta u}{\delta^3} = \frac{1}{12 v} g \beta \sin \phi (T_z - T_m) \left(1 + \frac{20}{21} \frac{1}{Pr} \right)^{-1} \quad 5.119$$

Af 5.119 og 5.114 fås:

$$\delta u \left(\frac{d}{dx}(\delta u) \right)^3 = \frac{125}{12} \frac{\alpha^3}{v} g \beta \sin \phi (T_z - T_m) \left(1 + \frac{20}{21} \frac{1}{Pr} \right)^{-1} \quad 5.120$$

Negligeres bevægelsesmængdeændringer i 5.111, fås ved en tilsvarende udledning:

$$\delta u \left(\frac{d}{dx}(\delta u) \right)^3 = \frac{125}{12} \frac{\alpha^3}{v} g \beta \sin \phi (T_z - T_m) \quad 5.121$$

Løsningen 5.83 er knyttet til 5.120. Som følge af den form denne løsning er givet på findes en tilsvarende løsning knyttet til 5.121:

$$u = \tilde{C}_0 x^{1/2} \quad \text{og} \quad \delta = \tilde{C}_1 x^{1/4} \quad 5.122$$

Volumenstrømmen i en laminær grænselagsstrømning er givet ved 5.32. Negligeres bevægelsesmængdeændringer under de her aktuelle forudsætninger, kan den forøgede volumenstrøm, der vil kunne beregnes, udtrykkes ved anvendelse af 5.32, 5.83 og 5.122:

$$\text{Forhold: } F_4 = \frac{\tilde{c}_0 x^{1/2} \tilde{c}_1 x^{1/4}}{c_0 x^{1/2} c_1 x^{1/4}} = \frac{\tilde{c}_0 \tilde{c}_1}{c_0 c_1} \quad 5.123$$

Ved anvendelse af 5.120 og 5.121 fås:

$$\begin{aligned} (F_4)^4 &= \frac{\tilde{c}_0 x^{1/2} \tilde{c}_1 x^{1/4} \left(\frac{d}{dx} (\tilde{c}_0 x^{1/2} \tilde{c}_1 x^{1/4}) \right)^3}{c_0 x^{1/2} c_1 x^{1/4} \left(\frac{d}{dx} (c_0 x^{1/2} c_1 x^{1/4}) \right)^3} \\ &= \frac{\frac{125}{12} \frac{\alpha^3}{\nu} g \beta \sin \phi (T_z - T_m)}{\frac{125}{12} \frac{\alpha^3}{\nu} g \beta \sin \phi (T_z - T_m) \left(1 + \frac{20}{21} \frac{1}{Pr} \right)^{-1}} \quad 5.124 \end{aligned}$$

Heraf fås:

$$F_4 = \left(1 + \frac{20}{21} \frac{1}{Pr} \right)^{1/4} \quad 5.125$$

Energistrømmen i en grænselagsstrømning er givet ved:

$$\int_0^\delta \rho c_p v_x T dy \quad 5.126$$

Ved anvendelse af 5.29 og 5.39 fås:

$$\int_0^\delta \rho c_p v_x T dy = \rho c_p \left(\delta u T_z - \frac{2}{5} \delta u (T_z - T_w) \right) \quad 5.127$$

Idet $(T_z - T_w)$ antages at være meget mindre end T_z , udtrykker 5.125 også den forøgede energistrøm, der kan beregnes ved negligerig af bevægelsesmængdeændringer.

Ved tilsvarende udledninger, under anvendelse af de øvrige tre mulige analytiske løsninger, er forhold svarende til 5.116 og 5.125 fundet. Samtlige udledte forhold er angivet i tabel A5.1. De i parentes angivne værdier udgør størrelsen af de enkelte forhold ved et Pr-tal på 3.

Forudsætninger for analytiske løsninger:	Forhold mellem bevægelsesmængdeændringer og viskos vægfraktion:	Forhold der udtrykker de forøgede energi- og volumenstrømme der vil kunne beregnes ved en negligering af bevægelsesmængdeændringer:
Laminær st. $\frac{d}{dx}(T_z - T_w) = 0$ Plan st. ($r_0 \rightarrow \infty$) $\frac{dT_z}{dx} = 0$	$\frac{20}{21} \frac{1}{Pr}$ (0.32)	$\left(1 + \frac{20}{21} \frac{1}{Pr}\right)^{1/4}$ (1.07)
Laminær st. $\frac{d\dot{q}_w}{dx} = 0$ Plan st. ($r_0 \rightarrow \infty$) $\frac{dT_z}{dx} = 0$	$\frac{12}{35} \frac{1}{Pr}$ (0.11)	$\left(1 + \frac{12}{35} \frac{1}{Pr}\right)^{1/5}$ (1.02)
Turbulent st. $\frac{d}{dx}(T_z - T_w) = 0$ Plan st. ($r_0 \rightarrow \infty$) $\frac{dT_z}{dx} = 0$	$2.00 \frac{1}{Pr^{2/3}}$ (0.96)	$\left(1 + 2.00 \frac{1}{Pr^{2/3}}\right)^{2/5}$ (1.31)
Turbulent st. $\frac{d\dot{q}_w}{dx} = 0$ Plan st. ($r_0 \rightarrow \infty$) $\frac{dT_z}{dx} = 0$	$2.36 \frac{1}{Pr^{2/3}}$ (0.13)	$\left(1 + 2.36 \frac{1}{Pr^{2/3}}\right)^{2/7}$ (1.24)

Tabel A5.1. Karakteristiske forhold ved fire analytiske løsninger af en grænselagsstrømning.

Som følge af de fundne forholds størrelse negligeres bevægelsesmængdeændringer i de generelle momentumligninger, og den samlede formulering kan da skrives:

Laminær strømning:

Kontinuitet:

$$\frac{d}{dx}(\delta u) = \frac{\delta u \cos \phi}{r_0 - x \cos \phi} - V_E \quad 5.128$$

Momentum:

$$12 \nu \frac{u}{\delta} = g \beta \delta \sin \phi (T_z - T_m) \quad 5.129$$

Energi:

$$\frac{d}{dx}(T_z - T_m) = \frac{5}{6} \frac{dT_z}{dx} - \frac{5}{6 \delta u} \frac{\dot{q}_w}{\rho c_p} + \frac{(T_z - T_m)}{\delta u} V_E \quad 5.130$$

Medrivning:

$$V_E = - \frac{5\alpha}{\delta} - \frac{5}{6} \frac{\delta u}{(T_z - T_m)} \frac{dT_z}{dx} \quad 5.131$$

Turbulent strømning:

Kontinuitet:

$$\frac{d}{dx}(\delta u) = \frac{\delta u \cos \phi}{r_0 - x \cos \phi} - V_E \quad 5.132$$

Momentum:

$$0.649 u^2 \left(\frac{\nu}{\delta u} \right)^{1/4} = g \beta \delta \sin \phi (T_z - T_m) \quad 5.133$$

Energi:

$$\frac{d}{dx}(T_z - T_m) = \frac{1}{2.00} \frac{dT_z}{dx} - \frac{1}{2.00 \delta u} \frac{\dot{q}_w}{\rho c_p} + \frac{(T_z - T_m)}{\delta u} V_E \quad 5.134$$

Medrivning:

$$V_E = - 0.380 u \left(\frac{\nu}{\delta u} \right)^{1/4} Pr^{-2/3} - \frac{\delta u}{2.00 (T_z - T_m)} \frac{dT_z}{dx} \quad 5.135$$

Kriterium for laminært/turbulent omslag:

Omslagskriterium:

$$\tilde{Re}_\delta = \frac{\delta v_x \max}{\nu} = 303 \quad (\text{Herman}(23)) \quad 5.136$$

Ved anvendelse af 5.24 og 5.28 fås:

$$Re_\delta = \frac{\delta u}{\nu} = 170 \quad 5.137$$

Krav ved omslag:

$$\left(\int_0^\delta v_x dy \right)_{\text{lam}} = \left(\int_0^\delta v_x dy \right)_{\text{tur}} \quad 5.138$$

og

$$\left(\int_0^\delta \rho c_p T_v dy \right)_{\text{lam}} = \left(\int_0^\delta \rho c_p T_v dy \right)_{\text{tur}} \quad 5.139$$

Af 5.32 og 5.36 fremgår at betingelsen givet ved 5.138 altid er opfyldt.

Ved indsættelse af 5.35 og 5.39 i 5.139 fås:

$$(T_z - T_m)_{\text{lam}} = 1.67 (T_z - T_m)_{\text{tur}} \quad 5.140$$

eller

$$(T_z - T_m)_{\text{tur}} = 0.600 (T_z - T_m)_{\text{lam}} \quad 5.141$$

I modellen for grænselaget løses de kobledes ligninger givet ved enten 5.128 - 5.131 eller 5.132 - 5.135. Hvilket af de to sæt af ligninger der løses afgøres ved betingelsen givet ved 5.137. Ved et omslag mellem laminære eller turbulente forhold korrigeres løsningen ved anvendelse af 5.140 eller 5.141.

Appendiks 6: Model for et damlager

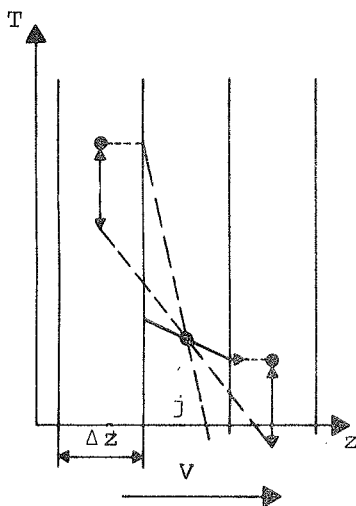
A	: Tværsnitsareal	$[m^2]$
c_p	: Varmekapacitet	$[\frac{J}{kg^{\circ}C}]$
j	: Index	$[]$
k	: Varmeledningsevne	$[\frac{W}{m^{\circ}C}]$
M	: Hjelpevariabel	$[\frac{W}{^{\circ}C}]$
\dot{Q}	: Energiudveksling mellem damlager og omgivelser	$[W]$
\dot{Q}_d	: Diffusiv energitransport	$[W]$
\dot{Q}_k	: Konvektiv energitransport	$[W]$
r	: Koordinat i radius retning	$[m]$
Δt	: Tidsskridt	$[s]$
T^{gl}	: Gammel temperatur i et givet tidsskridt	$[^{\circ}C]$
T^{ny}	: Ny temperatur i et givet tidsskridt	$[^{\circ}C]$
v	: Hastighed i lodret retning	$[\frac{m}{s}]$
V	: Volumen	$[m^3]$
\dot{V}	: Volumenstrøm i lodret retning	$[\frac{m^3}{s}]$
z	: Koordinat i lodret retning	$[m]$
Δz	: Kontrolvolumeninddeling i z-retning	$[m]$
α	: Hædningskoefficient for temperaturprofil	$[\frac{^{\circ}C}{m}]$
ρ	: Densitet	$[\frac{kg}{m^3}]$

Tilnærmelse for udløbstemperaturen $T_{j+\frac{1}{2}}^{gl}$:

$$V_{j+\frac{1}{2}} > 0:$$

Antagede mulige temperaturfordelinger i kontrolvolumen nr. j og de heraf følgende mulige udløbstemperaturer:

a) :



$$\alpha = \frac{T_{j+1}^{gl} - T_j^{gl}}{\frac{1}{2} \Delta z} \quad 6.5$$

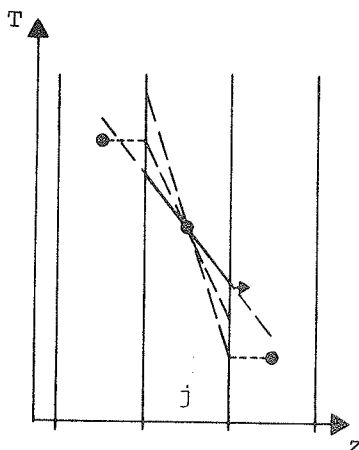
$$T_{j+\frac{1}{2}}^{gl} = T_j^{gl} + \frac{1}{2} \Delta z \alpha \quad 6.6$$

Heraf fås:

$$T_{j+\frac{1}{2}}^{gl} = T_{j+1}^{gl} \quad 6.7$$

Figur A6.2.

b) :



$$\alpha = \frac{T_{j+1}^{gl} - T_{j-1}^{gl}}{2 \Delta z} \quad 6.8$$

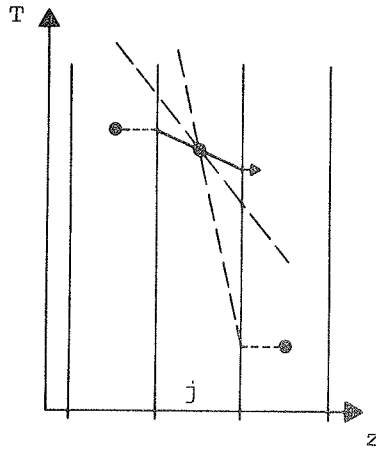
$$T_{j+\frac{1}{2}}^{gl} = T_j^{gl} + \frac{1}{2} \Delta z \alpha \quad 6.9$$

Heraf fås:

$$T_{j+\frac{1}{2}}^{gl} = T_j^{gl} + \frac{1}{4} (T_{j+1}^{gl} - T_{j-1}^{gl}) \quad 6.10$$

Figur A6.3.

c):



$$\alpha = \frac{T_j^{gl} - T_{j-1}^{gl}}{\frac{1}{2} \Delta z} \quad 6.11$$

$$T_{j+1/2}^{gl} = T_j^{gl} + \frac{1}{2} \Delta z \alpha \quad 6.12$$

Heraf fås:

$$T_{j+1/2}^{gl} = 2 T_j^{gl} - T_{j-1}^{gl} \quad 6.13$$

Figur A6.4

Af de tre mulige værdier for $T_{j+1/2}^{gl}$ udvælges den største:

$$T_{j+1/2}^{gl} = \text{MAX} \left(T_{j+1}^{gl}; T_j^{gl} + \frac{1}{4} (T_{j+1}^{gl} - T_{j-1}^{gl}); 2 T_j^{gl} - T_{j-1}^{gl} \right) \quad 6.14$$

(Funktionen MAX antager den største værdi blandt de tre argumenter).

$$\underline{V_{j+1/2} < 0:}$$

Idet udløbstemperaturen fra kontrolvolumen nr. $j+1$ bestemmes efter samme princip, fås under hensyntagen til den ændrede strømningsretning:

$$T_{j+1/2}^{gl} = \text{MIN} \left(T_j^{gl}; T_{j+1}^{gl} - \frac{1}{4} (T_{j+2}^{gl} - T_j^{gl}); 2 T_{j+1}^{gl} - T_{j+2}^{gl} \right) \quad 6.15$$

Af 6.1 - 6.4 fås:

$$T_j^{ny} = T_j^{gl} + \frac{1}{M_j} \left(\dot{Q}_{k,j-1/2} + \dot{Q}_{d,j-1/2} - \dot{Q}_{k,j+1/2} - \dot{Q}_{d,j+1/2} + \dot{Q}_j \right) \quad 6.16$$

$$\text{hvor : } M_j = \frac{\rho c_p V_j}{\Delta t} \quad 6.17$$

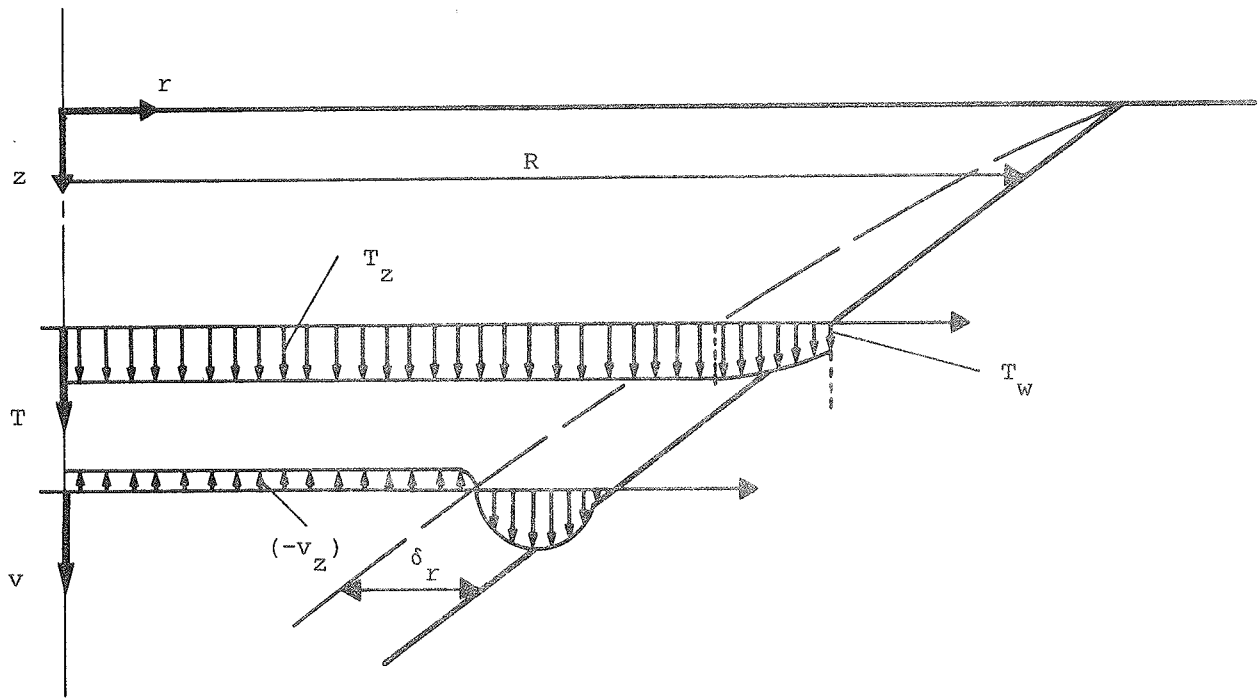
$$\text{og : } \dot{Q}_{k,j+1/2} = \rho c_p \dot{V}_{j+1/2} T_{j+1/2}^{gl} \quad 6.18$$

$$\text{og : } \dot{Q}_{d,j+1/2} = -k A_{j+1/2} \frac{T_{j+1}^{gl} - T_j^{gl}}{\Delta z} \quad 6.19$$

I modellen indledes en bestemmelse af nye temperaturer i lageret med en beregning af $T_{j+1/2}^{gl}$ ved anvendelse af 6.14 og/eller 6.15. Herefter bestemmes T_j^{ny} af 6.16 - 6.19.

Appendiks 7: Sammenhæng mellem en lodret stratifikation
i et lager og lagerets størrelse

c_p	: Varmekapacitet	$\left[\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \right]$
f	: Funktion	$[\quad]$
k	: Varmeledningsevne	$\left[\frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}} \right]$
\dot{Q}_k	: Konvektiv energitransport over et vandret tværsnit i et lager	$[\text{W}]$
\dot{Q}_d	: Diffusiv energitransport over et vandret tværsnit i et lager	$[\text{W}]$
R	: Radius i lager	$[\text{m}]$
r	: Koordinat langs en radius	$[\text{m}]$
T	: Temperatur	$[^\circ\text{C}]$
T_w	: Temperatur ved lagerets væg	$[^\circ\text{C}]$
T_z	: Temperatur i lagermediet uden for grænselaget	$[^\circ\text{C}]$
v	: Lodret hastighed	$\left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$
v_z	: Lodret hastighed i lagermediet uden for grænselaget	$\left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$
z	: Koordinat i lodret retning	$[\text{m}]$
δ_r	: Grænselagstykkelse målt i vandret plan	$[\text{m}]$
ρ	: Densitet	$\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$



Figur A7.1.

Konvektiv energitransport over et vandret tværsnit i et lager:

$$\begin{aligned}\dot{Q}_k &= \rho c_p \int_0^R (2\pi r dr) v T \\ &= 2\pi \rho c_p \left(\int_0^{R-\delta_r} r v T dr + \int_{R-\delta_r}^R r v T dr \right)\end{aligned}\quad 7.1$$

Temperaturen i grænselaget kan altid udtrykkes som:

$$T = T_z - (T_z - T_w) f(\delta_r; (R-r))\quad 7.2$$

En sådan formulering er anvendt i modellen for en veldefineret grænselagsstrømning som beskrevet i Appendix 5.

Idet T er konstant i intervallet fra $r = 0$ til $r = (R - \delta_r)$ fås ved anvendelse af 7.2 i 7.1.

$$\begin{aligned}\dot{Q}_k &= 2\pi \rho c_p \left(T_z \int_0^{R-\delta_r} r v dr + T_z \int_{R-\delta_r}^R r v dr \right. \\ &\quad \left. - (T_z - T_w) \int_{R-\delta_r}^R r v f(\delta_r; (R-r)) dr \right)\end{aligned}\quad 7.3$$

Under et afkølingsforløb i lageret gælder:

$$-\int_0^{R-\delta_r} r v dr = \int_{R-\delta_r}^R r v dr \quad 7.4$$

Heraf fås:

$$\dot{Q}_k = -2\pi\rho c_p (T_z - T_w) \int_{R-\delta_r}^R r v f(\delta_r; (R-r)) dr \quad 7.5$$

Der gælder:

$$R \gg \delta_r \quad 7.6$$

Ved anvendelse af 7.6 fås følgende tilnærmelse:

$$\dot{Q}_k = 2\pi\rho c_p (T_z - T_w) R \delta_r \int_{R-\delta_r}^R v f(\delta_r; (R-r)) dr \quad 7.7$$

Ved anvendelse af 7.6 fås følgende tilnærmelse til den diffuse energitransport over et vandret tværsnit i lageret:

$$\dot{Q}_d = -(\pi R^2) k \frac{dT_z}{dz} \quad 7.8$$

Kvasistationær balance:

$$\dot{Q}_k = \dot{Q}_d \quad 7.9$$

Heraf fås:

$$\frac{dT}{dz} = \frac{1}{R} \left(- \frac{2\rho c_p (T_z - T_w) \delta_r}{k} \int_{R-\delta_r}^R v f(\delta_r; (R-r)) dr \right) \quad 7.10$$

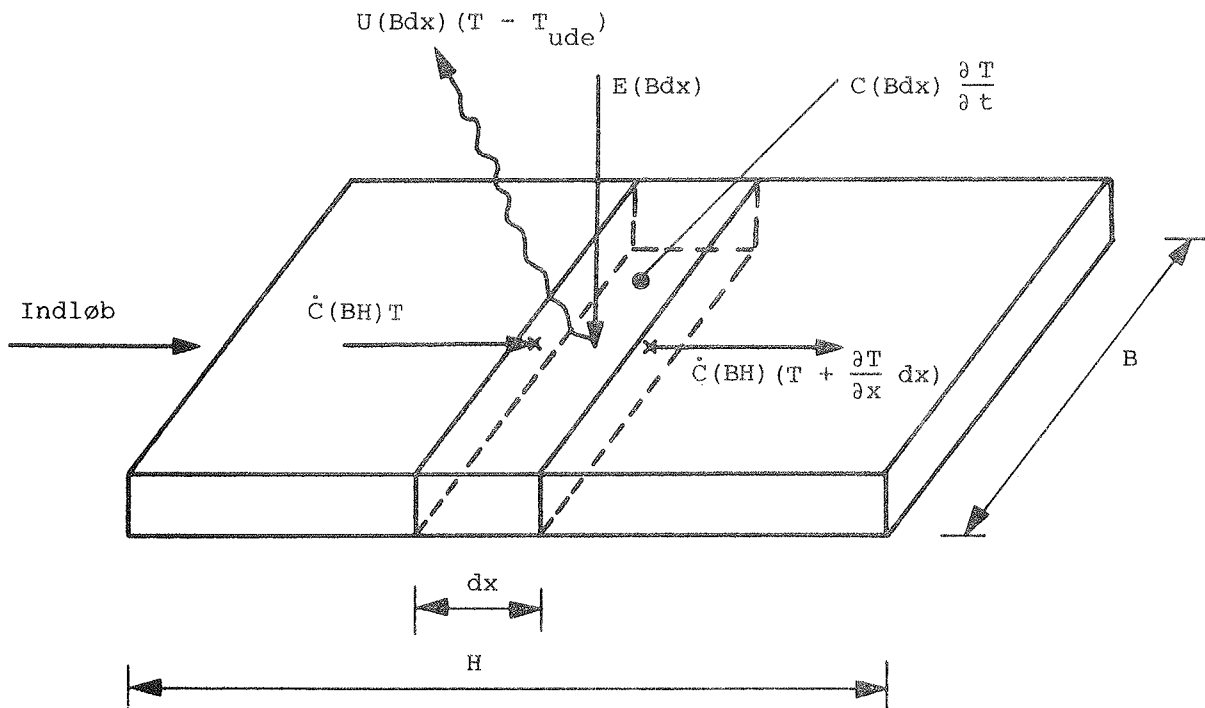
Det skal bemærkes at $\int_{R-\delta_r}^R v f(\delta_r; (R-r)) dr$ er uafhængig af R .

Appendiks 8: Model for en plan solfanger

A	: Solfangerareal	$[m^2]$
B	: Solfangerens bredde	$[m]$
C	: Solfangerens varmekapacitet	$[\frac{J}{m^2 \cdot ^\circ C}]$
\dot{C}	: Kapacitetsstrøm i solfanger	$[\frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}]$
E	: Indstrålet solenergi der tilføres væsken i absorberen	$[\frac{W}{m^2}]$
F''	: Flowfaktor	$[]$
\tilde{F}''	: Flowfaktor	$[]$
H	: Solfangerens højde	$[m]$
I_{dir}	: Direkte indstråling på solfangerens dæklag	$[\frac{W}{m^2}]$
I_{dif}	: Diffus indstråling på solfangerens dæklag	$[\frac{W}{m^2}]$
\dot{Q}	: Ydelse fra solfanger	$[W]$
\dot{Q}_{tab}	: Solfangerens varmetab	$[W]$
t	: Tid	$[s]$
Δt	: Tidsskridt	$[s]$
T	: Temperatur i solfangervæske	$[^\circ C]$
T_m	: Middeltemperatur af solfangervæske	$[^\circ C]$
T_{ind}	: Indløbstemperatur i solfanger	$[^\circ C]$
T_{ind}^{ny}	: Ny indløbstemperatur i et givet tidsskridt	$[^\circ C]$
T_{ud}	: Udløbstemperatur i solfanger	$[^\circ C]$
T_{ud}^{ny}	: Ny udløbstemperatur i et givet tidsskridt	$[^\circ C]$
T_{ud}^{gl}	: Gammel udløbstemperatur i et givet tidsskridt	$[^\circ C]$

T_{ude}	: Udeluftens temperatur	[°C]
U	: Solfangerens varmetabskoefficient udtrykt ved solfangervæskens middeltemperatur	$[\frac{W}{m^2 \text{ } ^\circ C}]$
α	: Korrektion anvendt i formulering af solfangerens varmetab	[]
η_o	: Solfangerens starteffektivitet	[]
$\eta_{r \text{ dir}}$: Korrektion for den direkte indstrålings refleksion på solfangerens dæklag	[]
$\eta_{r \text{ dif}}$: Korrektion for den diffuse indstrålings refleksion på solfangerens dæklag	[]
ϕ_{dir}	: Indfaldsvinkel for direkte indstråling	[°]
ϕ_{dif}	: Indfaldsvinkel for diffus indstråling	[°]

Differentiel energibalace for en solfanger :



Figur A8.1. Transportbidrag i energibalace.

Balance:

$$C(Bdx) \frac{\partial T}{\partial t} = E(Bdx) + \dot{C}(BH)T - \dot{C}(BH)\left(T + \frac{\partial T}{\partial x} dx\right) - U(Bdx)(T - T_{ude}) \quad 8.1$$

Heraf fås:

$$C \frac{\partial T}{\partial t} = E - H\dot{C} \frac{\partial T}{\partial x} - U(T - T_{ude}) \quad 8.2$$

Integration af 8.2 over solfangerens højde:

$$\int_0^H C \frac{\partial T}{\partial t} dx = \int_0^H E dx - \int_{T_{ind}}^{T_{ud}} H\dot{C} \partial T - \int_0^H U(T - T_{ude}) dx \quad 8.3$$

Heraf fås:

$$C \frac{dT_m}{dt} = E - \dot{C}(T_{ud} - T_{ind}) - U(T_m - T_{ude}) \quad 8.4$$

hvor solfangerens middeltemperatur er fastlagt ved:

$$T_m = \frac{1}{H} \int_0^H T dx \quad 8.5$$

Tilnærmelse:

$$\frac{dT_m}{dt} = \frac{dT_{ud}}{dt} \quad 8.6$$

Ved indsættelse af 8.6 i 8.4 efterfulgt af en fuldt implicit formuleret integration i tiden fås følgende diskrete tilnærmelse til 8.1:

$$C \frac{T_{ud}^{ny} - T_{ud}^{gl}}{\Delta t} = E - \dot{C} (T_{ud}^{ny} - T_{ind}^{ny}) - U (T_m^{ny} - T_{ude}) \quad 8.7$$

Duffie og Beckmans flow faktorer:

$$F'' = \frac{\dot{C}}{U} \left(1 - \exp \left(- \frac{U}{\dot{C}} \right) \right) \quad 8.8$$

$$\text{og } \tilde{F}'' = \frac{\dot{C}}{U} \left(\exp \left(\frac{U}{\dot{C}} \right) - 1 \right) \quad 8.9$$

Grænseværdier for de to flow faktorer:

$$\lim_{\dot{C} \rightarrow 0} F'' = 0 \quad 8.10$$

$$\text{og } \lim_{\dot{C} \rightarrow 0} \tilde{F}'' = \infty \quad 8.11$$

Anvendelse af de to flow faktorer i den over solfangerarealet integrerede energibalace (8.4):

$$C \frac{dT_m}{dt} = -\dot{C} (T_{ud} - T_{ind}) + F'' [E - U (T_{ind} - T_{ude})] \quad 8.12$$

og

$$C \frac{dT_m}{dt} = -\dot{C} (T_{ud} - T_{ind}) + \tilde{F}'' [E - U (T_{ud} - T_{ude})] \quad 8.13$$

Som følge af grænseværdierne 8.10 og 8.11 kan fysisk urealistiske resultater beregnes ved anvendelse af 8.12 og 8.13.

Bemærk: Dette forhold gælder uanset hvilke tilnærmelser der anvendes for T_m .

Udledning af ny korrektion som erstatning for F'' og \tilde{F}'' :

Antagelse ved udledning:

$$\frac{dT_m}{dt} = 0 \quad 8.14$$

Definition af ny korrektion α :

$$T_m = \alpha T_{ud} + (1 - \alpha) T_{ind} \quad 8.15$$

Ved anvendelse af 8.14 og 8.15 i 8.4 fås:

$$\alpha = -\frac{\dot{C}}{U} + \frac{\frac{E}{U} + T_{ude} - T_{ind}}{T_{ud} - T_{ind}} \quad 8.16$$

Ved omskrivning fås:

$$\alpha = -\frac{\dot{C}}{U} + \left(1 - \frac{\frac{E}{U} - (T_{ud} - T_{ude})}{\frac{E}{U} - (T_{ind} - T_{ude})} \right)^{-1} \quad 8.17$$

Ved anvendelse af 8.14 forenkles 8.2 til:

$$H\dot{C} \frac{dT}{dx} = E - U(T - T_{ude}) \quad 8.18$$

Analytisk løsning til 8.18:

$$\frac{\frac{E}{U} - (T_{ud} - T_{ude})}{\frac{E}{U} - (T_{ind} - T_{ude})} = \exp\left(-\frac{U}{\dot{C}}\right) \quad 8.19$$

Ved indsættelse af 8.19 i 8.17 fås:

$$\alpha = -\frac{\dot{C}}{U} + \left(1 - \exp\left(-\frac{U}{\dot{C}}\right) \right)^{-1} \quad 8.20$$

Mulige variationer af α for forskellige gennemstrømninger i solfanger:

$$\lim_{\dot{C} \rightarrow 0} \alpha = 1 \quad 8.21$$

og

$$\lim_{\dot{C} \rightarrow \infty} \alpha = \frac{1}{2} \quad 8.22$$

Der gælder således:

$$\frac{1}{2} < \alpha < 1 \quad 8.23$$

Ved anvendelse af α i 8.7 fås:

$$C \frac{T_{ud}^{ny} - T_{ud}^{gl}}{\Delta t} = E - \dot{C} (T_{ud}^{ny} - T_{ind}^{ny}) - U (\alpha T_{ud}^{ny} + (1 - \alpha) T_{ind}^{ny} - T_{ude}) \quad 8.24$$

Heraf fås:

$$T_{ud}^{ny} = \frac{\frac{C}{\Delta t} T_{ud}^{gl} + \dot{C} T_{ind}^{ny} + E - U ((1 - \alpha) T_{ind}^{ny} - T_{ude})}{\frac{C}{\Delta t} + \dot{C} + U \alpha} \quad 8.25$$

Med de mulige variationer af α , givet ved 8.23 og de øvrige tilnærmelser der er anvendt i 8.25, vil fysisk realistiske udløbstemperaturer altid beregnes.

Sammenhæng mellem den stråling der falder på solfangerens dæklag og den del heraf der tilføres væsken i absorberen:

$$E = I_{dir} \eta_o \eta_r dir + I_{dif} \eta_o \eta_r dif \quad 8.26$$

hvor

$$\eta_r dir = \text{MAX} \left[0 ; \text{MIN} \left[1.0 ; 1.0 - \frac{\phi_r dir - 50}{40} \right] \right] \quad 8.27$$

og

$$\eta_r dif = \text{MAX} \left[0 ; \text{MIN} \left[1.0 ; 1.0 - \frac{\phi_r dif - 50}{40} \right] \right] \quad 8.28$$

(Funktionerne MIN og MAX antager henholdsvis den mindste og den største værdi blandt de aktuelle argumenter).

Der gælder:

$$\dot{Q} = A \dot{C} (T_{ud}^{ny} - T_{ind}^{ny}) \quad 8.29$$

$$\dot{Q}_{tab} = A U (\alpha T_{ud}^{ny} + (1 - \alpha) T_{ind}^{ny} - T_{ude}) \quad 8.30$$

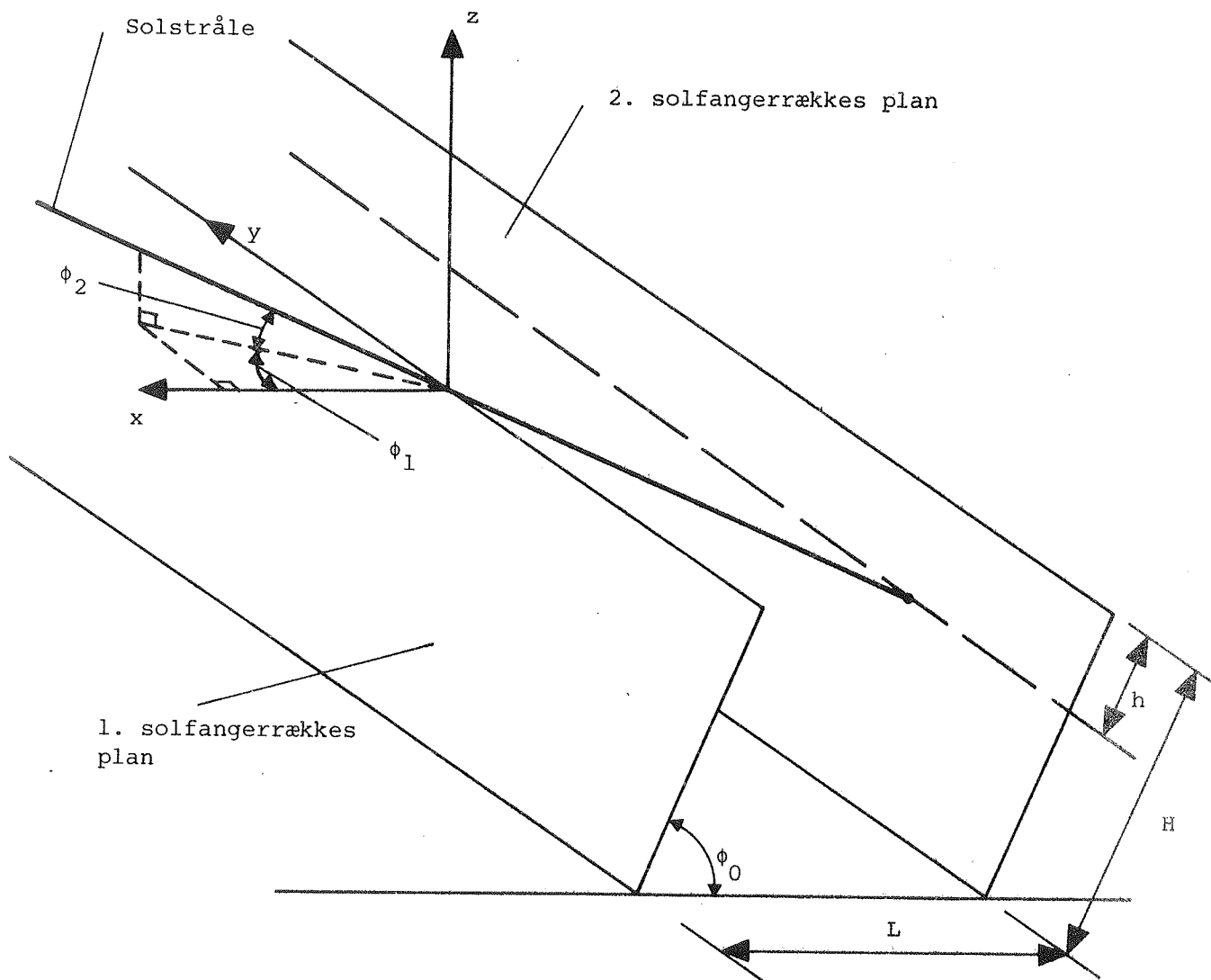
I modellen beregnes E , α , T_{ud}^{ny} , \dot{Q} og \dot{Q}_{tab} i den nævnte rækkefølge af formlerne: 8.26, 8.20, 8.25, 8.29 og 8.30.

Appendiks 9: Skyggekorrektion for et solfangerfelt opstillet i rækker

F_{dir}	: Skyggefaktor for korrektion af direkte solstråling	[]
F_{dif}	: Skyggefaktor for korrektrion af diffus stråling fra himmelhvælvingen	[]
h	: Højde af aktivt solfangerareal (se figur A9.1)	[m]
H	: Solfangerfeltets højde (se figur A9.1)	[m]
I_{dir_1}	: Direkte solstråling på 1. solfangerrække	[$\frac{W}{m^2}$]
I_{dir_2}	: Direkte solstråling på 2. solfangerrække	[$\frac{W}{m^2}$]
$I_{\text{dif } h_1}$: Diffus stråling på 1. solfangerrække fra himmelhvælvingen	[$\frac{W}{m^2}$]
$I_{\text{dif } h_2}$: Diffus stråling på 2. solfangerrække fra himmelhvælvingen	[$\frac{W}{m^2}$]
$I_{\text{dif } j_2}$: Reflekteret diffus stråling på jord til 2. solfangerrække	[$\frac{W}{m^2}$]
$I_{\text{dif } v}$: Diffus stråling fra himmelhvælvingen på et vandret plan	[$\frac{W}{m^2}$]
l	: Længde	[m]
L	: Afstand mellem solfangerrækker	[m]
R	: Mængden af reelle tal	[]
R_j	: Refleksionskoefficient for jordoverflade mellem solfangerrækker	[]
s, t	: Variable i parameterfremstilling	[]
V_{h_1}	: Vinkelforhold for 1. solfangerrække til himmelhvælving	[]
V_{h_2}	: Vinkelforhold for 2. solfangerrække til himmelhvælving	[]

V_{hj}	: Vinkelforhold for jord mellem solfangerrækker til himmelhvælving	[]
V_{j2}	: Vinkelforhold for 2. solfangerrække til jord mellem rækker	[]
x, y, z	: Koordinater	[m]
ϕ_0	: Solfangerfeltets hældning målt fra vandret	[°]
ϕ_1	: Azimut-vinkel for solens position målt fra solfangerfeltets normalvektor (se figur A9.1)	[°]
ϕ_2	: Solens højde på himlen (se figur A9.1)	[°]

Skyggefaktor for korrektion af direkte solstråling:



Figur A9.1. Skygge på en solfangerrække.

Definition af skyggefaktor:

$$F_{\text{dir}} = \frac{h}{H}$$

9.1

Parameterfremstilling for solstråle:

Gennem punktet: (0 ; 0 ; 0)

Retningsvektor: $(\cos\phi_2 \cos\phi_1 ; \cos\phi_2 \sin\phi_1 ; \sin\phi_2)$

Parameterfremstilling:

$$(x ; y ; z) = s(\cos\phi_2\cos\phi_1 ; \cos\phi_2\sin\phi_1 ; \sin\phi_2) ; s \in \mathbb{R} \quad 9.2$$

Ligning for 2. solfangerrækkes plan:

Gennem punktet: $(-L ; 0 ; 0)$

Normalvektor: $(\sin\phi_0 ; 0 ; \cos\phi_0)$

$$\text{Ligning:} \quad \sin\phi_0(x + L) + \cos\phi_0(z) = 0 \quad 9.3$$

Skæringspunkt mellem solstråle og 2. solfangerrækkes plan:

$$\sin\phi_0(s \cos\phi_2\cos\phi_1 + L) + \cos\phi_0 s \sin\phi_2 = 0 \quad 9.4$$

Heraf fås:

$$s = \frac{-L \sin\phi_0}{\cos\phi_2\cos\phi_1\sin\phi_0 + \sin\phi_2\cos\phi_0} \quad 9.5$$

Skæringspunktets koordinater $(x_s ; y_s ; z_s)$:

$$x_s = -L \frac{\sin\phi_0\cos\phi_2\cos\phi_1}{\cos\phi_2\cos\phi_1\sin\phi_0 + \sin\phi_2\cos\phi_0} \quad 9.6$$

$$y_s = -L \frac{\sin\phi_0\cos\phi_2\sin\phi_1}{\cos\phi_2\cos\phi_1\sin\phi_0 + \sin\phi_2\cos\phi_0} \quad 9.7$$

$$z_s = -L \frac{\sin\phi_0\sin\phi_2}{\cos\phi_2\cos\phi_1\sin\phi_0 + \sin\phi_2\cos\phi_0} \quad 9.8$$

Parameterfremstilling for 2. solfangerrækkes overkant:

$$(x ; y ; z) = (-L ; t ; 0) ; t \in \mathbb{R} \quad 9.9$$

h kan da udtrykkes som:

$$h = \sqrt{(x_s - (-L))^2 + (y_s - y_s)^2 + (z_s - 0)^2} \quad 9.10$$

Ved indsættelse af 9.6 og 9.8 i 9.10 fås:

$$h = L \frac{\sin\phi_2}{\cos\phi_2 \cos\phi_1 \sin\phi_0 + \sin\phi_2 \cos\phi_0} \quad 9.11$$

Heraf fås:

$$F_{\text{dir}} = \frac{L}{H} \frac{\sin\phi_2}{\cos\phi_2 \cos\phi_1 \sin\phi_0 + \sin\phi_2 \cos\phi_0} \quad 9.12$$

Direkte stråling på 2. solfangerrække:

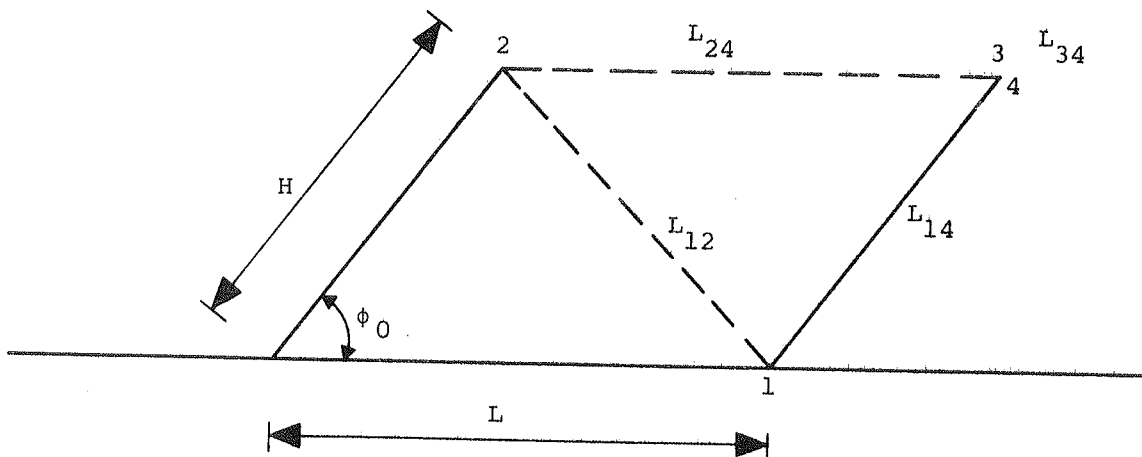
$$I_{\text{dir}_2} = F_{\text{dir}} I_{\text{dir}_1} \quad 9.13$$

Skyggefaktor for korrektion af diffus stråling fra himmelhvælvingen:

Definition af skyggefaktor:

$$F_{\text{dif}} = \frac{v_{h_2}}{v_{h_1}} \quad 9.14$$

Vinkelforholdet for 2. solfangerrække til himmelhvælvingen:



Figur A9.2. Længder i beregning af vinkelforhold.

$$l_{14} v_{h_2} = \frac{l_{13} + l_{42}}{2} - \frac{l_{12} + l_{34}}{2} \quad 9.15$$

hvor:

$$l_{34} = 0 \quad 9.16$$

Heraf fås:

$$v_{h_2} = \frac{1}{2} \left(1 + \left(\frac{L}{H} \right) - \sqrt{\left(\frac{L}{H} \right)^2 - 2 \left(\frac{L}{H} \right) \cos \phi_0 + 1} \right) \quad 9.17$$

Vinkelforhold for 1. solfangerrække til himmelrum:

$$v_{h_1} = \lim_{L \rightarrow \infty} (v_{h_2}) = \frac{1}{2} (1 + \cos \phi_0) \quad 9.18$$

Ved indsættelsen i 9.14 fås:

$$F_{\text{dif}} = \frac{1 + \left(\frac{L}{H} \right) - \sqrt{\left(\frac{L}{H} \right)^2 - 2 \left(\frac{L}{H} \right) \cos \phi_0 + 1}}{(1 + \cos \phi_0)} \quad 9.19$$

Diffus stråling fra himmelhvelvingen på 2. solfangerrække:

$$I_{\text{dif } h_2} = F_{\text{dif}} I_{\text{dif } h_1} \quad 9.20$$

Reflektion af diffus stråling på jord til 2. solfangerrække:

Vinkelforhold for jord mellem solfangerrækker til himmelhvelving:

$$v_{h_j} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\left(\frac{H}{L} \right)^2 + 2 \left(\frac{H}{L} \right) \cos \phi_0 + 1} + \sqrt{\left(\frac{H}{L} \right)^2 - 2 \left(\frac{H}{L} \right) \cos \phi_0 + 1} - 2 \left(\frac{H}{L} \right) \right) \quad 9.21$$

Vinkelforhold for 2. solfangerrække til jord mellem rækker:

$$v_{j_2} = \frac{1}{2} \left(1 + \left(\frac{L}{H} \right) - \sqrt{\left(\frac{L}{H} \right)^2 + 2 \left(\frac{L}{H} \right) \cos \phi_0 + 1} \right) \quad 9.22$$

Reflekteret diffus stråling på jord til 2. solfangerrække:

$$I_{\text{dif } j_2} = I_{\text{dif } v} R_j v_{h_j} v_{j_2} \quad 9.23$$

Det samlede diffuse strålingsbidrag på skyggevirkede solfangerrækker beregnes ved 9.20 og 9.23. Det tilsvarende direkte bidrag beregnes af 9.13.

Appendiks 10: Model for rørforbindelse

C	: Varmekapacitet i rør	$\left[\frac{J}{m^{\circ}C} \right]$
\dot{C}	: Kapacitetsstrøm i rør	$\left[\frac{W}{^{\circ}C} \right]$
L	: Rørets længde	$[m]$
\dot{Q}_{tab}	: Rørets varmetab	$[W]$
Δt	: Tidsskridt	$[s]$
T_{ind}^{ny}	: Ny indløbstemperatur i et givet tidsskridt	$[^{\circ}C]$
T_{ud}^{gl}	: Gammel udløbstemperatur i et givet tidsskridt	$[^{\circ}C]$
T_{ud}^{ny}	: Ny udløbstemperatur i et givet tidsskridt	$[^{\circ}C]$
T_o	: Omgivelsernes temperatur	$[^{\circ}C]$
U	: Rørets varmetabskoefficient	$\left[\frac{W}{m^{\circ}C} \right]$
α	: Korrektion anvendt i formuleringen af rørets varmetab	$[\quad]$

Tilsvarende formulering som anvendt i model for en plan solfanger.

Se Appendix 8:

$$\alpha = - \frac{\dot{C}}{LU} + \left(1 - \exp \left(- \frac{LU}{\dot{C}} \right) \right) \quad 10.1$$

$$T_{ud}^{ny} = \frac{\frac{C}{\Delta t} T_{ud}^{gl} + \frac{\dot{C}}{L} T_{ind}^{ny} - U \left((1 - \alpha) T_{ind}^{ny} - T_o \right)}{\frac{C}{\Delta t} + \frac{\dot{C}}{L} + U\alpha} \quad 10.2$$

$$\dot{Q}_{tab} = LU \left(\alpha T_{ud}^{ny} + (1 - \alpha) T_{ind}^{ny} - T_o \right) \quad 10.3$$

I modellen beregnes α , T_{ud}^{ny} og \dot{Q}_{tab} i den nævnte rækkefølge.

Appendiks 11: Model for en modstrøms pladevarmeveksler

A	: Varmeoverførende areal i varmeveksler	$[m^2]$
\dot{C}_1, \dot{C}_2	: Kapacitetsstrømme i varmeveksler	$[\frac{W}{^\circ C}]$
\dot{C}_{min}	: Mindste kapacitetsstrøm	$[\frac{W}{^\circ C}]$
\dot{C}_{max}	: Største kapacitetsstrøm	$[\frac{W}{^\circ C}]$
T_{ind_1}, T_{ind_2}	: Indløbstemperaturer i varmeveksler	$[^\circ C]$
U	: Varmeoverføringskoefficient i varmeveksler	$[\frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}]$
U_k	: Proportionalitetsfaktor for konvektivt varmeovergangstal	$[\frac{W^{0.2}}{m^2 \cdot ^\circ C^{0.2}}]$
U_1	: Varmeledningsmodstand for varmevekslerens plade	$[\frac{^\circ C \cdot m^2}{W}]$
ϵ	: Varmevekslerens effektivitet	$[]$

Antaget varmeoverføringskoefficient i varmeveksler:

$$U = \frac{1}{\frac{1}{U_k \dot{C}_1^{0.8}} + U_1 + \frac{1}{U_k \dot{C}_2^{0.8}}} \quad 11.1$$

NTU - Metoden:

$$\epsilon = \frac{1 - \exp \left[-\frac{UA}{\dot{C}_{\min}} \left(1 - \frac{\dot{C}_{\min}}{\dot{C}_{\max}} \right) \right]}{1 - \frac{\dot{C}_{\min}}{\dot{C}_{\max}} \exp \left[-\frac{UA}{\dot{C}_{\min}} \left(1 - \frac{\dot{C}_{\min}}{\dot{C}_{\max}} \right) \right]} \quad 11.2$$

$$T_{ud_1} = T_{ind_1} + \left(T_{ind_2} - T_{ind_1} \right) \epsilon \frac{\dot{C}_{\min}}{\dot{C}_1} \quad 11.3$$

$$T_{ud_2} = T_{ind_2} - \left(T_{ud_1} - T_{ind_1} \right) \frac{\dot{C}_1}{\dot{C}_2} \quad 11.4$$

I modellen beregnes T_{ud_1} og T_{ud_2} ved anvendelse af de fire ovenstående ligninger i den nævnte rækkefølge.

Appendiks 12: Model for radiatorer og brugsvandsbeholdere

\dot{Q}_r	: Aktuel varmeoptagelse i radiatorer fra fjernvarmenet	[W]
\dot{Q}_b	: Aktuel varmeoptagelse i brugsvandsbeholdere fra fjernvarmenet	[W]
$\dot{Q}_{r \text{ max}}$: Maksimal varmeoptagelse i radiatorer fra fjernvarmenet	[W]
$\dot{Q}_{b \text{ max}}$: Maksimal varmeoptagelse i brugsvandsbeholdere fra fjernvarmenet	[W]
T_r	: Returløbstemperatur fra radiatorer	[°C]
T_b	: Returløbstemperatur fra brugsvandsbeholdere	[°C]
$T_{r \text{ max}}$: Maksimal returløbstemperatur fra radiatorer	[°C]
$T_{b \text{ max}}$: Maksimal returløbstemperatur fra brugsvandsbeholdere	[°C]
$T_{r \text{ min}}$: Minimal returløbstemperatur fra radiatorer	[°C]
$T_{b \text{ min}}$: Minimal returløbstemperatur fra brugsvandsbeholdere	[°C]

Antagede funktionssammenhæng for returløbstemperaturer fra radiatorer og brugsvandsbeholdere:

$$T_r = T_{r \text{ min}} + (T_{r \text{ max}} - T_{r \text{ min}}) \left(\frac{\dot{Q}_r}{\dot{Q}_{r \text{ max}}} \right)^2 \quad 12.1$$

$$T_b = T_{b \text{ max}} - (T_{b \text{ max}} - T_{b \text{ min}}) \left(\frac{\dot{Q}_b}{\dot{Q}_{b \text{ max}}} \right) \quad 12.2$$